

# Model njihanja broda

---

**Milat, Petar**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2017**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Split, Faculty of Maritime Studies / Sveučilište u Splitu, Pomorski fakultet**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:164:595226>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-11**

*Repository / Repozitorij:*

[Repository - Faculty of Maritime Studies - Split -  
Repository - Faculty of Maritime Studies Split for  
permanent storage and preservation of digital  
resources of the institution](#)



**SVEUČILIŠTE U SPLITU**

**POMORSKI FAKULTET**

**PETAR MILAT**

**MODEL NJIHANJA BRODA**

**ZAVRŠNI RAD**

**SPLIT, 2017.**

**SVEUČILIŠTE U SPLITU**

**POMORSKI FAKULTET**

**STUDIJ: POMORSKA NAUTIKA**

**MODEL NJIHANJA BRODA**

**ZAVRŠNI RAD**

**MENTOR:**

**doc. dr. sc. Tatjana Stanivuk**

**STUDENT:**

**Petar Milat (MB:0171262655)**

**SPLIT, 2017.**

## SAŽETAK

Pomorstvo se može definirati u užem i širem smislu riječi; u užem smislu pomorstvo je umijeće plovidbe tj. vještina upravljanja i manevriranja brodom. U širem smislu obuhvaća sve djelatnosti koje su na bilo koji način vezane (izravno ili neizravno) uz korištenje more i to kroz dva pristupa - more kao medij komunikacije i more kao resurs prirodnih dobara. Matematika, kao jedna od najstarijih znanosti, služi za mnoge izračune u pomorstvu. Stabilitet broda, njihanje broda na valovima, i primjena u navigaciji su samo mali broj problema koji se rješava uz pomoć matematike. Tema ovog rada je objašnjavanje, razlaganje i pojednostavljenje fizičkih modela njihanja broda na matematičke modele koji služe u izračunu rotacijskih i translacijskih gibanja broda.

**Ključne riječi:** *matematika, pomorstvo, brod, valovi, njihanje, model njihanja*

## ABSTRACT

Maritime bussiness can be defined in the strict sense and in the broader sense of the world; in the strict sense of the word maritime bussiness is an art of sailing or a skill to manage and manouvre the ship. In broader sense of the word it includes all operations which are in any way (direct or undirect) connected with exploaration of the sea and through two approaches - sea as a media of communication and sea as a resource of natural goods. Matemathics, as one of the oldest science, helps us in many calculations in close relation to maritime business. Ships stability, swinging on the waves and navigation are just some of the problems that can be solved by using mathemathics. Theme of this work is explaining, disassembleing and simplifying physical models of ships swinging into mathematical models which are used for calculations of rotation and translation motions of a ship.

**Key words:** *mathemathics, maritime, ship, wave, swinging, model of swinging*

# SADRŽAJ

<b>1</b>	<b>UVOD.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>MATEMATIKA - OPĆENITO.....</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>BRODOVI.....</b>	<b>3</b>
3.1	POVIJEST I RAZVOJ BRODOVA .....	3
3.2	GLAVNE MJERE BRODA .....	4
3.3	DIJELOVI BRODA.....	6
3.3.1	Podjela brodova .....	7
<b>4</b>	<b>VALOVI.....</b>	<b>9</b>
4.1	MORSKI VALOVI.....	9
4.2	PRAVILNI VALOVI.....	11
4.3	NEPRAVILNI VALOVI .....	16
4.3.1	Superpozicija valova .....	17
4.3.2	Spektar energije valova.....	17
4.3.3	Standardni valni spektri .....	19
4.3.4	Rasprostiranje valova .....	20
<b>5</b>	<b>NJIHANJE KAO POSLJEDICA UTJECAJA VALOVA.....</b>	<b>22</b>
5.1	NJIHANJE BRODA NA PRAVILNIM VALOVIMA .....	22
5.1.1	Kursni kut i susretna frekvencija .....	266
5.1.2	Oblici njihanja .....	30
5.1.3	Pomaci, brzine i ubrzanja .....	32
5.1.4	Superpozicija njihanja .....	33
5.2	NJIHANJE BRODA NA NEPRAVILNIM VALOVIMA .....	35
5.2.1	Definicija spektra valova .....	35
5.2.2	Transformacija spektra .....	36
<b>6</b>	<b>ZAKLJUČAK .....</b>	<b>40</b>
	<b>LITERATURA .....</b>	<b>41</b>
	<b>POPIS SLIKA.....</b>	<b>42</b>

# 1 UVOD

Pomorstvo je skup djelatnosti, vještina i društvenih odnosa na moru ili u vezi s morem. Ono obuhvaća pomorsko gospodarstvo tj. djelatnosti koje iskorištavaju more ili su u izravnoj vezi s tim djelatnostima (brodarstvo, ribarstvo, pomorski turizam itd.). Drugi dio obuhvaća neprivredne djelatnosti poput obrazovne, znanstvenoistraživačke, kulturne, športske, djelatnosti ratne mornarice itd. Također, u sklopu pomorstva ulaze organizacije (institucije i ustanove) pomorskog školstva, pomorskih instituta, pomorskih kapetanija, obalne straže, pomorske kulture.

Pomorstvo u širem smislu obuhvaća i osobe i sredstva za rad koja služe pomorskim djelatnostima. U užem smislu pomorstvo je skup vještina, posebno upravljanje i manevriranje brodom, te rukovanje teretom. Kako su se brodovi razvijali, od prvih splavova do željeznih brodova, tako su se razvijale i znanosti koje su potpomogle razvoju sadašnjih modernih brodova. Matematika i fizika su najviše pomogle u gradnji brodova. Modeli upravo tih znanosti su počeli unaprijeđivati brodove.

U završnom radu se u početnom dijelu daje kratki osvrt na matematiku i matematičke grane koje proučavaju strukture, prostor i promjene. Iduće poglavlje se bavi općenito o brodovima te njihovom razvoju kroz povijest, te o raznim podjelama. U četvrtom poglavlje se obrađuju valovi te se seciraju pravilni i nepravilni valovi koju se vežu za sljedeće poglavlje koje se bavi njihovim brodom na tim istim valovima. Spominju se razna gibanja koja se događaju pri interakciji nailaznih valova i broda te rezultatima. U potpoglavljima se pojašnjavaju neki predmeti koji igraju važnu ulogu u njihovom brodom i dinamičkoj interakciji.

Posljednje poglavlje daje kratki osvrt na cijeli završni rad sa zaključcima i osobnim mišljenjima o modelima njihovog brodom i njihovoj primjeni.

## 2 MATEMATIKA – OPĆENITO

Riječ matematika potječe iz starogrčkog jezika (μάθημα – “máthēma”) i drži značenje “onoga što se uči”, “ono što se može naučiti”, no matematika kao takva vuče korijene značajno dalje u prošlost – dalo bi se reći i u prapovijest čovječanstva, točnije do prvih ljudi koji su odlučili označavati količinu urezivanjem žljebova u kosti ili drvo. Naime, tu se vidi prva pojava osnovnog apstraktnog matematičkog pojma – broja. Matematika se razvojem razgranala u nebrojeno mnogo područja počevši od geometrije i algebre sve do topologije, funkcionalne analize i diskretne matematike. Osnovna proučavanja kojim se bavi matematika su ona struktura, količina, prostora i promjena. Strukturom i količinom se bave počevši od skupova, brojeva, grane poput osnovne algebre, teorije brojeva, kombinatorika, apstraktna te linearna algebra, itd. Prostor je proučavan još od Euklidove geometrije i početaka trigonometrije, ubrzo zatim dolaze neeuclidiske geometrije, a razvile su se grane koje proučavaju apstraktni vektorski, unitarni, metrički i normirani prostor te moderne grane poput diferencijalne i algebarske geometrije, fraktalne geometrije te topologije i teorije grupa. Promjena je prvotno uočena u fizikalnim principima. U matematici se u počecima očituje promjena vrijednosti varijable za čiji se opis koristi koncept opisivanja zvan funkcija. S vremenom se razvija infinitezimalni račun za kvalitetniji opis takvih promjena vrijednosti varijabli primjenjiv u svim prirodnim znanostima te, analogno, diferencijalni račun. Promatrane vrijednosti koje predstavljaju kontinualne veličine su realni brojevi, a detaljno izučavanje njihovih svojstava i funkcija je predmet matematičke analize. Zbog unutrašnjih, matematičkih razloga uveden je koncept kompleksnih brojeva, koji je glavni predmet izučavanja kompleksne analize. Funkcionalna analiza je usredotočena na  $n$ -dimenzionalne prostore funkcija postavljajući time neke od primjenjivih osnova i za izučavanje kvantne mehanike. I u današnjem dobu, praktična strana matematike je od krucijalnog značaja, bilo da je riječ o prosto ekonomskom pogledu ili onom znanstvenom. Među “praktičnim” granama matematike možemo naći statistiku (bavi se izučavanjem i predviđanjem slučajnosti i slučajnih pojava), numeričku matematiku (izučava numeričke metode izračunavanja), diskretnu matematiku (proučava matematičke strukture koje su fundamentalno diskretne, u smislu da ne podržavaju ili zahtjevaju notaciju kontinuiranosti, ona je zapravo zajedničko ime za više grana matematike koje se velikim dijelom koriste kao alati u računarskim znanostima), matematičku fiziku, teoriju vjerojatnosti i mnoge, mnoge druge.

### 3 BRODOVI

Brod je plovni objekt namijenjen za plovidbu morem, rijekama i jezerima koji služi za prijevoz robe i putnika. Brod je, u pomorskom pravu, definiran nekim značajkama koje ga razlikuju od ostalih plovnih objekata poput toga da je brod plovilo duže od 12 m, BRT-a više od 15 i ovlašten je prevoziti više od 12 putnika. U pravnom prometu brod je pokretnina izjednačena sa nekretninom po principu vrijednosti. Brod se također može koristiti, osim u prijevozu robe i putnika, i za iskorištavanje morskih izvora i zaliha, za izvođenje različitih radova i poslova te ratnim operacijama.

#### 3.1 POVIJEST I RAZVOJ BRODOVA

Najraniji podaci o brodovima, nađeni u arheološkim iskopinama u Egiptu, pokazuju da su već prije 6000 god. Nilom plovili brodovi od trske pogonjeni veslima i jedrom. Umijeće gradnje brodova u antičko doba razvijali su redom Feničani, Grci i Rimljani, a također i Kinezi te stanovnici današnje Indonezije. U starom vijeku središte zapadnog svijeta bilo je na Sredozemlju, gdje je bilo i središte razvoja brodogradnje. Klima na Sredozemlju kao i dosegnuti stupanj razvoja tehnike omogućili su gradnju brodova pokrenutih u prvome redu ljudskom snagom, veslima, a jednostavna križna jedra rabila su se samo pri povoljnu vjetru [1]. Vikinzi su daljnim napretkom počeli graditi vitke i čvrste brodove povoljne za plovidbu Atlantikom, uglavnom s jedrima ali imali su i vesla. Nakon toga se u vrijeme križarskih ratova pojavljuju *nave* – veći čvršći jedrenjaci. Izumima kormila, kompasa i astrolaba je omogućilo daleku plovidbu i velika geografska otkrića koja su uzrokovala premještanje političkog središta Europe na sjever, a samim time napredovala je i ojačala brodogradnja. Jedrenjaci su kulminirali u XIX. stoljeću sa gradnjom *klipera* koji su bili savršeni u ondašnjim granicama tehnologije. 1807. godine R. Fulton je izgradio prvi parobrod što je omogućilo, uz uvjet izgradnje željeznih (čeličnih) brodova, povećanje brzine i veličine. U kraćem razdoblju se koristio brodski kotač, no on je ubrzo napušten radi jednostavnijeg, otpornijeg i korisnijeg brodskog vijka. Jedan od glavnih čimbenika za razvoj pomorstva je i svojevrsna utrka u naoružanju u XX. stoljeću. Izumom Dieselovog motora povećala se ekonomičnost trgovačkih brodova, znatno



reducirao broj posade i olakšao opskrbu gorivom. Poboljšavanjem tehnoloških mogućnosti poput zavarivanja, prisutnost kvalitetnijih materijala te uvođenjem znanstvenih metoda u osnivanje brodova omogućilo je postupno povećavanje nosivosti brodova i do preko 500 000 t. Iako se tehnički mogu izgraditi i veći brodovi, time je dosegnuta veličina koja je ograničena dubinom prirodnih morskih prolaza, umjetnih kanala, a posebno se pazilo i na moguće ekološke katastrofe ukoliko dođe do havarije tolikih brodova. Najveći izgrađeni brod dosad je FLNG Prelude kompanije Shell nosivosti 600 000 t, dužine 488 m i širine 74m.

### 3.2 GLAVNE MJERE BRODA

Mjere vezane za plovnost broda su najbitnije za sigurnost plovidbe, tereta i putnika. Glavne četiri mjere broda su:

- Deplasman ili istisnina
- Nosivost
- Zapremnina (tonaža)
- Kapacitet

**Deplasman** ili istisnina ( $D$ ) jednaki su težini vode koju brod istiskuje svojim trupom, odnosno to je cjelokupna težina broda. Ona je jednaka umnošku volumena uronjenog dijela broda i specifične težine medija u kojem se nalazi ( $D = V \cdot \delta$ )[3].

Specifična težina morske vode:  $\delta \approx 1,025 \text{ t/m}^3$ .

Specifična težina vode:  $\delta \approx 1 \text{ t/m}^3$ .

Volumen uronjenog dijela broda  $V$  često se naziva volumen deplasmana. Na europskome kontinentu se mjeri u metričkim tonama ( $t = 1000 \text{ kg}$ ), dok se u Velikoj Britaniji i na Zapadu često upotrebljava i tzv. engleska tona (engl. *Long ton*) koja iznosi 1 016 kg. Amerikanci upotrebljavaju tzv. kratku tonu (engl. *Short ton*) koja iznosi 907 kg [3]. Uvjet plovnosti se ostvari onda kada brod uroni u vodu sve dok se njegov deplasman ne izjednači s težinom. Pošto brod postaje teži ukrcavajući teret, deplasman se automatski regulira i nadoknađuje iz nadvodnog dijela broda koji služi kao rezervni deplasman, tj.

uzgon. Rezervni deplasman također omogućuje brodu da do neke granice trpi oštećenja podvodnog dijela koji mogu dovesti do dodatnog primanja tereta u obliku vode koja poplavljuje unutrašnji dio broda.

**Nosivost** je težina tereta pod kojom brod uroni do lake ili neke druge vodene linije, a mjeri se u težinskim tonama. Deplasman je zbroj težine praznog broda i ukrcajnog kapaciteta broda tj. nosivost. Nosivost predstavlja razliku između stvarnog deplasmana i težine praznog broda. Mjerna jedinica je tona. Ukupna nosivost je masa tereta pod kojom brod uroni do odgovarajuće teretne crte na oznaci nadvođa. Ukupna nosivost trgovačkog broda se dijeli na korisnu, koju čini masa komercijalnog tereta i posrednu, koju čini masa posade i brodskih zaliha.

**Zapremnina ili tonaža** je volumen svih zatvorenih prostorija broda. Registarska zapremnina predstavlja obujam brodskog prostora iskazanog u registarskim tonama. Registarska tona kao jedinica zapremnine iznosi 100 kubičnih stopa ili  $2\,832\text{ m}^3$ . Ta mjera izražava prosječan volumen koji zaprema jedna tona tereta [3].

Zapremnina se dijeli na dva dijela:

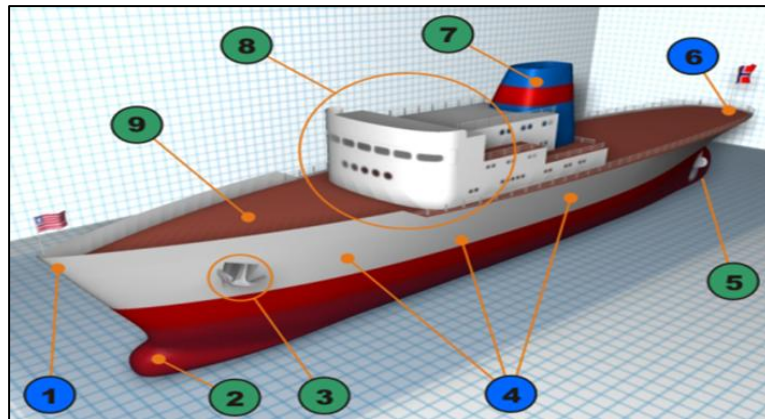
- bruto tonaža – obuhvaća ukupni zatvoreni brodski prostor bez prostorija kao kormilarnica, kuhinja, wc itd.
- neto tonaža – odnosi se na zatvoreni brodski prostor koji je namijenjen prijevozu robe.

**Kapacitet za teret** je raspoloživi prostor za teret izražen u kubičnim metrima [ $m^3$ ] ili kubičnim stopama [ $ft^3$ ]. Razlikuju se dva kapaciteta: kapacitet za žito i kapacitet za bale. Kapacitet za žito se odnosi na rasuti teret i uvijek je veći od kapaciteta za bale jer rasuti teret ispunjava sav prostor skladišta. Kapacitet za bale se odnosi uglavnom na komadni i pakovani teret, odnosno na generalni teret. U njemu nije uračunat prostor koji ti tereti ne mogu zauzeti.

### 3.3 DIJELOVI BRODA

Brod se sastoji od više međusobno spojenih dijelova u jednu cjelinu koji se mogu vidjeti na slici 1. Ti dijelovi su:

- Pramac – prednji dio broda (oznaka 1)
- Bulb pramac - nalazi se ispod pramca na vodenoj liniji broda, a služi za stvaranje manjeg otpora valova koje pri kretanju broda uzrokuju pramac, krma i bulb (oznaka 2)
- Trup broda - čini ga skelet (rešetkasta konstrukcija sastavljena od odgovarajućih nosača i profila što ovisi o vrsti broda) i oplata (oplata je s vanjske i unutarnje strane učvršćena na odgovarajući način u ovisnosti od vrste broda na skelet). Unutrašnjost broskog trupa podijeljena je po visini na palube, a po dužini na poprečne pregrade, a njihova je uloga da podijele brod na potrebne površine, povećaju krutost i čvrstoću broda i u slučaju prodora vode u brod spriječe poplavljivanje cijelog broda i njegovo potonuće. (oznaka 4)
- Brodski vijak - sa pogonskim postrojenjem pogoni brod pri kretanju (iza vijka nazire se kormilo broda) (oznaka 5)
- Krma – stražnji dio broda (oznaka 6)
- Paluba (oznaka 9)
- Nadvođe broda - je sve ono što se na brodu nalazi iznad palube. Ako se nadgradnja pruža od jedne do druge bočne strane broda naziva se nadgrađe a ako je uže onda se naziva palubna kućica. U pravilu na najvišem nadgrađu se nalazi brodski komadni most sa komandnim uređajima za upravljanje brodom. Nadgrađe pridonosi povećanju čvrstoće broda. (oznaka 8)
- Pogonski dio - svi dijelovi koji omogućavaju brodu kretanje (npr. kod motornog broda tu spada motor, vod vratila i brodski vijak)
- Pomoćni uređaji - svi dijelovi koji omogućavaju brodu kretanje (npr. kod motornog broda tu spada motor, vod vratila i brodski vijak)
- Pokretna oprema - navigacijska oprema, sigurnosna oprema, strojarska oprema.[5]



Slika 1. Dijelovi broda [5]

### 3.3.1 Podjela brodova

Brodovi se mogu podijeliti na više načina, a najčešće od njih su podjela prema namjeni broda, području plovidbe, vrsti pogona i materijalu po kojem su građeni.

#### Podjela prema području plovidbe:

- brodovi za plovidbu morem i
- brodovi za plovidbu unutrašnjim vodama.

#### Podjela prema materijalu od kojeg su izgrađeni:

- drveni,
- čelični,
- kompozitni,
- betonski,
- aluminijski i od legura aluminija,
- plastični.

#### Podjela prema vrsti pogona:

- jedrenjaci,
- parobrodi,
- brodovi na motorni pogon,
- brodovi na električni pogon,

- brodovi na Diesel – električni pogon.

**Podjela brodova prema namjeni:**

- Trgovački brodovi – služe za prijevoz robe i putnika pa se i oni dalje dijele na:
  - 1) Putničke – namijenjeni prijevozu putnika (izletnički ili linijski),
  - 2) Teretne – namijenjeni za prijevoz raznih vrsta tereta,
  - 3) Putničko – teretne.
- Ratne brodove – namijenjeni su za pomorsko ratovanje i pomorske operacije. Dije se na:
  - 1) Glavni ratni brodovi – nosači zrakoplova, krstarice, razarači, podmornice, minopolagači, minolovci, patrolni brodovi, desantni brodovi,
  - 2) Pomoćni ratni brodovi – matični brodovi, brodovi tankeri, brodovi radionice.
- Specijalni brodovi – namijenjeni za posebne poslove i zadatke kao ribarski brodovi, tegljači, ledolomci, brodovi – svjetionici itd.

## 4 VALOVI

Val je poremećaj sredstva koji se određenom brzinom širi kroz prostor. Tri su osnovne vrste valova: mehanički (ponašaju se prema Newtonovim zakonima i mogu postojati samo unutar nekog sredstva, kao npr. voda, zrak, stijene... - vodeni valovi, zvučni valovi, seizmički valovi ...), elektromagnetski (ne zahtijevaju medij za prenošenje tj. šire se i u vakuumu, svi elektromagnetski valovi putuju kroz vakuum brzinom svjetlosti - svjetlost, radio i TV valovi, mikrovalovi, X-zrake ...) te valovi materije (valovi pridruženi elektronima, protonima, atomima, molekulama ...). Mehanički val nastaje kada postoji izvor koji izaziva određenu deformaciju (poremećaj) u nekom sredstvu koje se može okarakterizirati kao elastično te kada postoji fizikalni mehanizam koji omogućuje djelićima (npr. česticama) sredstva da utječu jedan na drugoga. Treba napomenuti kako se valnim gibanjem prenosi energija te da su količina prenesene energije i mehanizam odgovoran za transport različiti za različite tipove valova[4].

### 4.1 MORSKI VALOVI

Morski valovi mogu nastati na mnoštvo načina, a upravo je razumijevanje tih načina ključno za opis utjecaja valova na njihanje broda. Valovi se raščlanjuju po načinu postanka na slijedeći način:

- utjecajem same plovidbe broda - razlazni ili zbog njihanja plovnog objekta - valovi potencijalnog prigušenja,
- djelovanjem vjetra (obično se dijele na vjetrovne valove i valove mrtvog mora),
- djelovanjem astronomskih sila - plimni val,
- utjecajem potresa ili pomicanja zemljinih slojeva na površini – Tsunamis,
- oni valovi na slobodnoj površini raznih fluida koji nastaju u djelomično napunjenim tankovima kao što su tankovi goriva ili tereta na tankerima.

Ni dan danas ne postoje praktična matematička rješenja za sve vrste valova. Valove poput Tsunamisa (valovi koji nastaju nakon potresa) je čak nemoguće i predvidjeti. Ako se razmatra samo projektiranje broda, u obzir se uzima njihanje uzrokovano vjetrovnim valovima. Visine vjetrovnih valova mogu poprimati začuđujuće visoke vrijednosti - više od

20 do 25 metara (valne visine zabilježene za trajanja orkanske oluje zimi u sjevernom atlantiku). Stoga je potrebno predvidjeti efekte djelovanja valova na brod te razviti metode sprječavanja pri samom projektiranju brda :

- prevrtanje broda,
- lom konstrukcije zbog prekoračenja najvećeg dozvoljenog momenta savijanja broda,
- prekoračenje dopuštenih lokalnih naprezanja na osjetljivim mjestima brodske konstrukcije.

### **Vjetrovni valovi (eng. *sea wind generated waves*)**

Vjetrovni valovi nastaju kao posljedica djelovanja vjetra na morskoj površini zbog čega dolazi do promjena tlaka zraka na morskoj površini te se na mjestu sniženog tlaka zraka formira stupac vode koji se dalje prenosi. Promatranjem takvih valova može se uočiti kako se takva masa vode (stupac) kreće isključivo po vertikalnoj osi. Za vjetrovne valove je karakterističan tzv. kratki brijeg (eng. *short crested*) što znači da postoji veća raspostranjenost po smjerovima različitih valnih sustava s obzirom na smjer puhanja vjetra. Kada se promatra pravilni harmonički val tada se ne govori o raspostranjenosti po smjerovima pošto takav val sadrži isključivo jedan valni sustav (najčešće predstavljen sinusnim valom) kojeg opisuju smjer propagacije sa konstantnom amplitudom, valnom duljinom i periodom. Smanjivanjem raspostranjenosti po smjerovima se dobivaju valovi duljih brijegova (eng. *long crested*) tako da ravni sinusni val ima beskonačnu duljinu brijega. Zasebno se grupe valova rasprostiru različitim smjerovima uzrokujući devijacije od po nekoliko desetaka stupnjeva od glavnog smjera vjetra što bi objasnilo izrazitu nepravilnost i nepredvidljivost vjetrovnih valova. Praktični proračuni se zapravo bave statističkim pretpostavkama. Veličine tako nastalih brijegova i dolova dobro opisuje činjenica da manji valovi mogu nastati u takvim brijegovima i dolovima. Nepravilnost vjetrovnih valova uzrokuje promjenjivost njihovih perioda i valnih duljina.

### **Valovi mrtvog mora (eng. *swell* - nabreknuće, oteklina)**

Postoje valovi koji su nastali u nekom području u kojem postoji lokalni vjetar te su “otputovali” u drugo područje u kojem ili nema vjetra ili su razvijeni valovi zbog puhanja vjetra drugog smjera. Takvi valovi prestaju ovisiti o vjetru jednom kada je na njih prenešena njegova energija te se šire dok ne dođe do potpunog prigušenja. Nazivaju se valovima mrtvog mora i valovi su duljeg brijega što znači da su manje raspostranjeni po

smjerovima što ih čini pravilnijima i predvidljivijima u odnosu na vjetrovne valove. Pojava takvih viših valova je uzrokovana time da se 5 do 6 valova gibaju uzastopno jedan za drugim. Valovi niže visine obično ostaju niski dulje od jedne minute iako su nepravilni. Pomorci smatraju da su valovi mrtvog mora predznak oluje koja se približava, stoga ako brod pramcem siječe valove mrtvog mora znači da se približava mjestu nepogodnih vremenskih uvjeta.

### **Valovi u dubokoj vodi - kratki valovi**

Karakterizacija valova u dubokoj vodi jest da je najviše dvostruko veća vrijednost valne duljine prema dubini vode ( $\lambda / h < 2$ ) – vrijednost duljine vala relativno mala naspram dubine vode – tzv. kratki valovi. Ovakvi valovi su nerijetko reda veličine duljine broda. Pojednostavljen matematički opis proizlazi iz toga što na njihov oblik, veličinu, frekvenciju i sl. ne utječe morsko dno što je uočeno pri rješavanju jednadžbi (Bernoullijeve) i zadovoljavanju rubnih uvjeta.

### **Valovi u plitkoj vodi - dugi valovi**

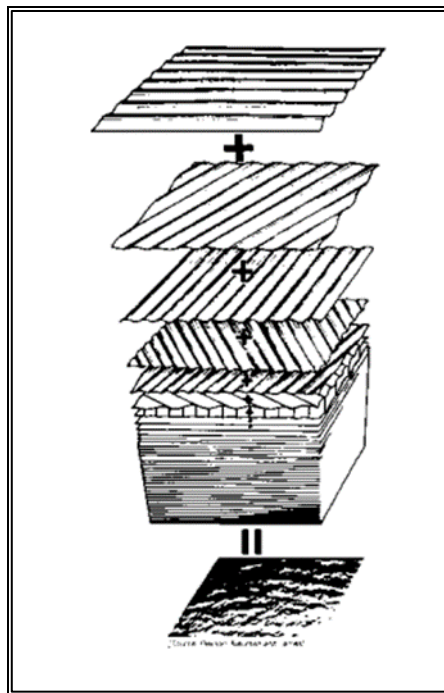
Kada je omjer valne duljine  $\lambda$  i dubine vode  $h$  ispod vala veći od 20 ( $\lambda / h > 20$ ) tada se govori o valovima u plitkoj vodi. U tom slučaju morsko dno ima veliki utjecaj na svojstva valova. Praktično matematičko rješenje njihanja broda pri takvim uvjetima bi bilo izrazito kompleksno te teško primjenjivo. Međutim, brodovi su u velikoj većini projektirani za plovidbu u dubokoj vodi a kada se govori o preookeanskoj plovidbi tada i isključivo. U tom slučaju, rješenje se uglavnom traži za plovne objekte poput platforme, pontona i sl. (plovna brzina jednaka ili približna nuli – u takvim slučajevima se zanemaruje jer predstavlja poteškoće u praktizaciji proračuna).

## **4.2 PRAVILNI VALOVI**

Kao što je objašnjeno, nemoguće je točno predvidjeti profil nepravilnih valova u realnom vremenu. Međutim, moguće je saznati svojstva tih valova, dakle njihovu visinu i periode. Svemu tome prethodilo je najznačajnije otkriće za znanost pomorstvenosti - princip superpozicije koji su prvi uveli u hidrodinamiku broda St. Denis i Pierson 1953. god. Taj princip je prikazan na slici 2. Nepravilni valovi mogu se tako razmatrati kao skup pravilnih valova koji pojedinačno djeluju na brod i od kojih svaki val ima svoju visinu,

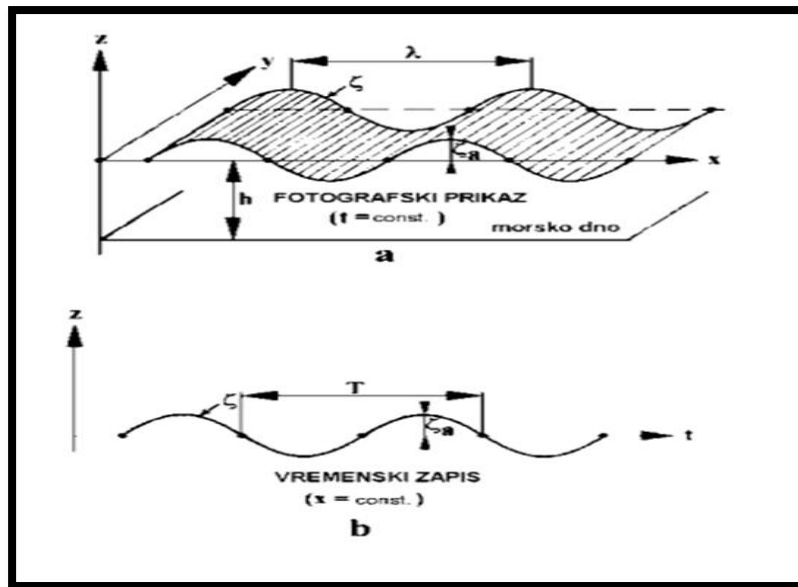


duljinu, period ili frekvenciju i smjer. Takav koncept omogućuje značajno pojednostavljenje problema; omogućuje sagledavanje kompleksnog problema primjenom mnogo jednostavnije teorije pravilnih valova. To znači da je za analiziranje kompleksnih valnih sustava dovoljno poznavati svojstva jednostavnih harmonijskih valova. [1]



**Slika 2. Superpozicija njihanja [1]**

Na slici 3. su prikazana dva aspekta. Prvi aspekt prikazuje profil vala kao fotografiju u određenom vremenskom trenutku. Tu je profil vala prikazana kao funkcija udaljenosti  $x$  koja ima smjer gibanja vala. Drugi aspekt prikazuje vremenski zapis razine površine koja je bilježena s jednog mjesta što znači da je, za razliku od prethodnog, ovaj val funkcija vremena. No bitno je da je, bez obzira kako ga bilježili, postignut identičan oblik vala.



Slika 3. a) i b) Pravilni val [1]

### Svojstva pravilnog vala

- **razina mirne površine vode** je ustvari srednja razina vode tj. kada nema valova i mirna površina.
- **dubina vode** je udaljenost mjerena od razineorskog dna do razine mirne vode, uvijek je pozitivna vrijednost.
- **središte koordinatnog sustava** nalazi se na razini mirne vode i vertikalna os  $z$  je usmjerena put gore.
- **valni brijeg** je najviša točka vala dok je **valni dol** najniža točka vala.
- **pravilni valovi** se najčešće opisuju trigonometrijski, stoga je **valna amplituda  $\zeta_a$**  udaljenost od razine mirne vode do valnog brijega ili dola.
- **valna duljina  $\lambda$**  je horizontalna udaljenost između dvaju susjednih valnih brijegova mjerena u smjeru napredovanja valova.
- **valni period  $T$**  je isto što i valna duljina samo izmjereno u vremenu, ne udaljenosti. Ako se promatra plutača na moru valni period se određuje mjereći vrijeme potrebno da plutača iz svog najvišeg položaja ponovno zauzme najviši položaj. Na gornjoj slici 3. vidi se da je valni period vrijeme potrebno da val prođe ponovno kroz nul - točku što je također točno za sinusoidni val. Iz snimke nepravilnog vala lakše se uočavaju nul - točke nego valni brijegovi ili dolovi[1].
- **valna visina  $H$**  je udaljenost između najviše i najniže točke vala, točnije između valnog brijega i dola. Za sinusoidne valove valna visina je dvostruko veća od amplitude vala.

- **strmost vala**  $H / \lambda$  je omjer visine vala i njegove duljine  $\lambda$ . Što je val kraći i viši to je i strmiji.

Budući da se sinusoidnom i kosinusoidnom funkcijom opisani valovi moraju izražavati u radijanima vrijede sljedeće jednakosti:

$$k \cdot \lambda = 2 \cdot \pi \quad \text{ili} \quad k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad (1)$$

$$\omega \cdot T = 2 \cdot \pi \quad \text{ili} \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (2)$$

gdje je:  $k$  – valni broj [ $rad/m$ ];  $\omega$  – valna ( kružna ) frekvencija [ $rad/s$ ].

Valna brzina se izračunava tako što se gleda koliko je udaljenosti prijeđeno u jednom vremenskom periodu. Iz toga slijedi formula:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \quad (3)$$

Brzina vala je brzina kojom se kreću valni brijegovi i dolovi, a ne čestice vala. To se da primjetiti promatranjem predmeta na površini vala. Gledajući sliku 3. a) izvodi se sljedeća jednačba kojom se opisuje profil vala

$$\zeta = \zeta_a \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{x}{\lambda}\right) \quad (4)$$

Gledajući sliku 3. b) izvodi se jednačba kojom se opisuje oblik površine vode:

$$\zeta = \zeta_a \cdot \cos\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{t}{T}\right) \quad (5)$$

Uvrstivši izraze (1) i (2) u gornje formule dobije se:

$$\zeta = \zeta_a \cdot \cos(k \cdot x) \quad (6)$$

$$\zeta = \zeta_a \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (7)$$

Pošto je profil vala funkcija udaljenosti i vremena, opisuje se sljedećom jednačbom:

$$\zeta = \zeta_a \cdot \cos(k \cdot x - \omega \cdot t) \quad (8)$$

Ako se val kreće suprotno smjeru osi  $x$  onda se u prethodnu formulu na mjesto minusa stavlja plus. Mogu se koristiti po volji kosinusna ili sinusna funkcija.

### Refrakcija vala

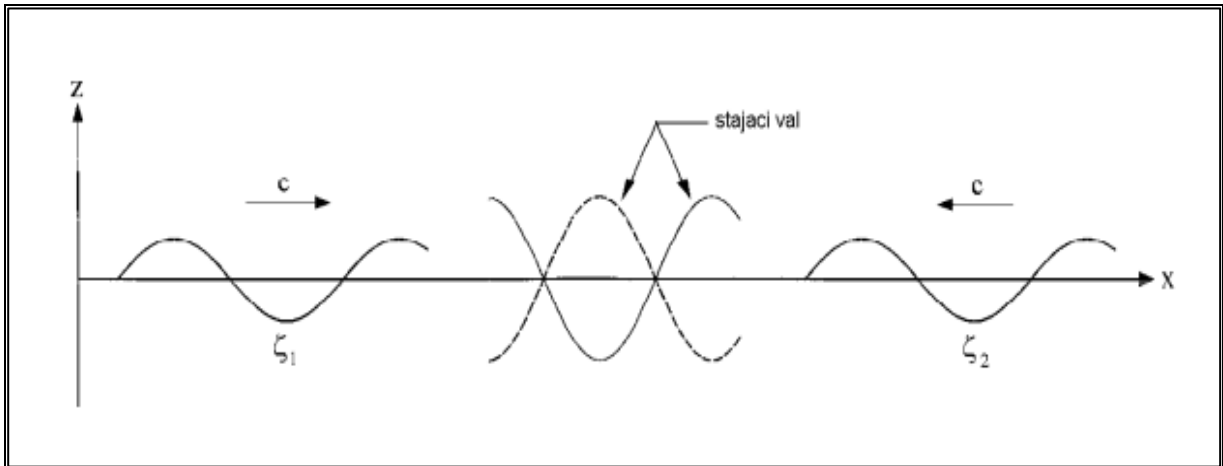
Valni period  $T$  jedini je parametar koji se ne mijenja dok val napreduje kroz područje različite dubine. S obzirom da se mijenja valna duljina  $\lambda$  razumljivo je da se, u skladu s tim mora mijenjati i brzina vala  $c$ , budući da je  $c = \lambda / T$ . To znači da val koji pristize u plitko područje usporava i postaje kraći. Kako valovi prilaze u pliće područje mijenja im se i oblik – valni brijegovi nisu više paralelni s konturama dubine jer se pojedini segmenti valnog brijega nalaze u plićoj vodi. Segmenti koji se nalaze u plićoj vodi napreduju sporije od onih koji se nalaze u dubljoj vodi. Zbog toga valni brijeg kao i njegov smjer napredovanja se prekreću u suprotnom smjeru, a opisana pojava se naziva refrakcija vala. Refrakcija vala nema većeg značenja kod proračunavanja njihanja broda na valovima kao ni ostalih objekata na moru jer se načelno uvijek radi s pravilnim valovima. Međutim, važna je radi razumijevanja oblika nepravilnih valova koji napreduju u pliću vodu [1].

### Refleksija vala

Kada pravilni val nailazi na stijenku čiji je položaj okomit na smjer napredovanja vala, val se odbija i vraća natrag sa jednakom brzinom i amplitudom. To se zove **refleksija**. Površina vode koja je neposredno u blizini te stijenke diže se i spušta dvostruko većom brzinom od brzine nailazećeg pravilnog vala pa se čini da taj val stoji na mjestu da ne napreduje. Takav val se zove **stajaći val**. Stajaći val se matematički može izraziti na sljedeći način:

$$\begin{aligned}\zeta &= \zeta_1 + \zeta_2 = \\ &= \zeta_a \cos(kx - \omega t) + \zeta_a \cos(kx + \omega t) = \\ &= 2\zeta_a \cos(kx) \cos(\omega t)\end{aligned}\tag{9}$$

U ovoj formuli se definira kao suma dvaju identičnih valova koji se kreću u suprotnim smjerovima. Iz gornje jednadžbe se vidi da je amplituda stajaćeg vala dvostruko veća od amplitude pojedinih valova koji napreduju jedan prema drugome. Na slici 4. se također vidi da je brzina vala  $c$  jednaka nuli.



**Slika 4. Stajajući val [1]**

U stvarnosti se teško može dogoditi da val naiđe na vertikalnu stijenu pod pravim kutem i da mu se oblik ne promijeni zbog promjena na morskom dnu pa se stoga neće ni idealno odbiti. Kada kut nailazi na stijenu pod određenim kutom onda se reflektira samo komponenta vala koja je okomita na stijenu.

### **Difrakcija vala**

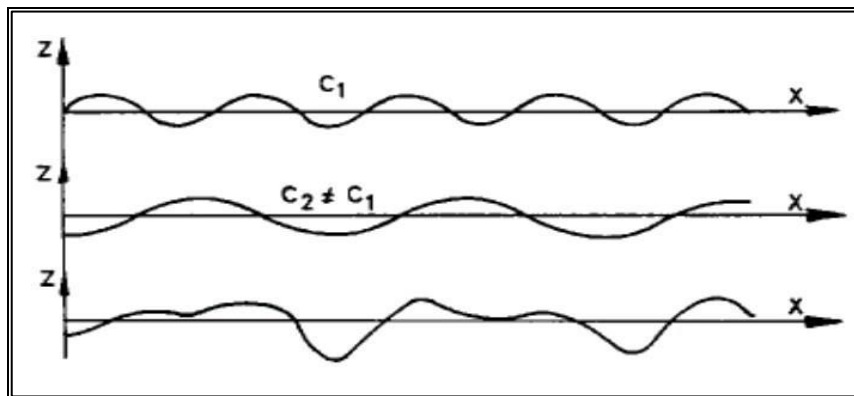
Difrakcija vala je proces prenošenja energije vala u područje koje nije u izravnom doticaju sa valom tzv. **područje sjene**. Najčešće se koristi kod procjene stanja valova koji prolaze iza valobrana u lukama. Veliki brod se također koristi kao neka vrsta valobrana u situacijama spašavanja utopljenika. Utopljenici se prihvaćaju uvijek na zaklonjenoj strani broda jer su tamo valovi manji. Budući da je brod plovni objekt, problem difrakcije je trodimenzionalan jer se energija valova prenosi i ispod broda ne samo sa strana, a nije dvodimenzionalan kao u lukama jer su valobrani građeni od dna do površine mora.

### **4.3 NEPRAVILNI VALOVI**

Da bi se postiglo bolje razumijevanje djelovanja valova potrebno je razumijeti i nepravilne valove jer na morskoj površini pri djelovanju valova se malo toga može vidjeti. Duljine vala između susjednih brijegova ili dolova, te njegova visina se stalno mijenjaju pa ih je teško promatrati ili mjeriti. Kod procjene valova se koriste statističke metode jer su gotovo jedini način pronalaska zakonitosti u svom tom kaosu i nelinearnosti.

### 4.3.1 Superpozicija valova

Princip superpozicije omogućuje predstavljanje nepravilnih valova korištenjem linearne superpozicije valnih komponenti. U poglavlju o pravilnim valovima spomenut je princip superpozicije kao princip kojim je omogućeno predviđanje njihovanja plovnih objekata na nepravilnim valovima. Princip superpozicije predstavlja nepravilni val kao sumu najmanje dva, a obično i više, pravilnih valova različitih visina, brzina  $c$  i perioda. Na idućoj slici 5. prikazan je princip superpozicije za samo jedan smjer valova.



Slika 5. Superpozicija dvaju pravilnih valova istog smjera [1]

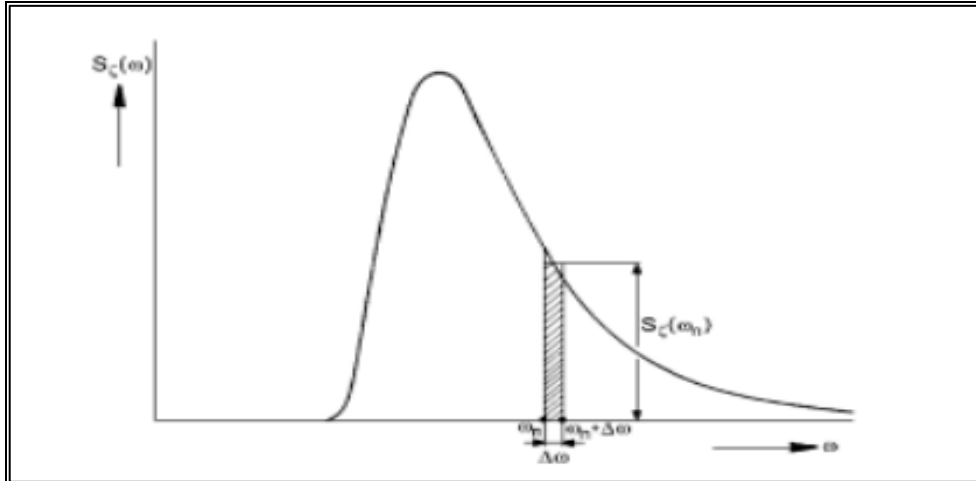
Još jedna činjenica koja pojednostavljuje problem je što valovi putuju u istom smjeru, pa i njihovi brijegovi imaju beskonačnu duljinu, što omogućuje da se takav val promatra samo u vertikalnoj ravnini tj. u dvije dimenzije  $x$  i  $z$ .

### 4.3.2 Spektar energije valova

Spektar gustoće energije valnih amplituda poznatiji pod nazivom spektar energije valova ili samo spektar valova najpovoliji je način prikazivanja relativne važnosti komponenti pravilnih valova koji po principu superpozicije stvaraju jedan nepravilni val. Na slici 6. prikazan je spektar gustoće energije valnih amplituda. Površina koja se nalazi u granicama intervala određenih frekvencija  $\omega n$  i  $\omega n + \Delta\omega$  proporcionalna je ukupnoj energiji po jedinici površine svih komponenti pravilnih valova koje se nalaze u istim tim granicama. Naime, energija pravilnog vala neovisna je o njegovoj frekvenciji - ona je ovisna samo o njegovoj visini, što je prikazano u sljedećoj jednadžbi za energiju vala:

$$E = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \zeta_{na}^2 \quad (10)$$

gdje je  $\zeta_a$  amplituda pravilnog vala.



Slika 6. Definicija spektra gustoće energije valnih amplitude [1]

Iz navedenog i jednadžbe (10) proizlazi jednadžba za jednakost energije, kojom se definira spektar gustoće energije valnih amplituda:

$$\rho \cdot g \cdot S_{\zeta}(\omega_n) \Delta\omega = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \zeta_{na}^2 \quad (11)$$

Odnosno:

$$S_{\zeta}(\omega_n) d\omega = \frac{\zeta_{na}^2}{2} \quad (12)$$

Pri određivanju njihanja broda, pomaci, brzine i ubrzanja se određuju za svaki pojedini pravilni val posebno tj. za svaku frekvenciju. Zbog toga se trenutni položaj broda pri nailasku valova različitih frekvencija i njihanje broda pri nailasku tih istih valova ne mogu odrediti. Ovaj efekt je poznatiji pod engleskom inačicom “memory effect“. Pri njihanju broda na velikim valovima gdje je moguće prevrtanje broda potrebno je uzeti taj efekt u obzir. To se može postići samo u vremenskom području što otvara problem: kako dobiti pouzdani valni zapis u vremenu iz poznatog spektra, te koliko taj vremenski zapis

mora trajati da bi se dobila pouzdana analiza. Tim pitanjem se bave znanstvenici iz ovog područja.

### 4.3.3 Standardni valni spektri

Budući da je određivanje spektra energija iz valnog zapisa relativno dug i kompleksan proces, tijekom godina izvedeni su izrazi kojima se direktno opisuje valni spektar. Time se izbjegava potreba određivanja spektra iz valnog zapisa. Sukladno pretpostavkama i pojednostavljenjima kompleksnog matematičkog modela nepravilnih valova, postojeće formulacije spektra energije za razna područja plovidbe odnose se na samo jedan smjer napredovanja valova (eng. uni-directional wave spectra)[1].

#### Bretschneiderov spektar energije valova - ITTC spektar

Koristi se općenito za otvoreno more i preporučen je od strane ITTC – *International Towing Tank Conference*. Poznat je još i pod nazivom dvoparametarski ili modificirani dvoparametarski Pierson – Moskowitzov spektar. Jedan je od najstarijih i najupotrebljivanih spektara energije morskih valova. Izražava se sljedećom jednačinom:

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{172,8 \cdot H_{1/3}^2}{T_1^4} \cdot \omega^{-5} \cdot e^{-\frac{691,2}{T_1^4} \omega^{-4}} \quad (13)$$

Gdje su:

- $S_{\zeta}(\omega)$  – spektar energije valova
- $H_{1/3}$  – značajna valna visina
- $T_1$  – srednji valni period
- $\omega$  – valna frekvencija

Sljedeća jednakost izražava odnose između valnih perioda:

$$T_1 = 1,086 \cdot T_2 = 0,772 \cdot T_p \quad (14)$$



## JONSWAP spektar energije valova

*Joint North Sea Wave Project* – puni naziv je za projekt gdje su detaljno bilježena stanja mora i morskih valova u Sjevernom moru 1968. i 1969. godine. Koristi se za relativno zatvoreni područja s ograničenim privjetrištem. ITTC je preporučio JONSWAP spektar u sljedećoj formaciji:

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{320 \cdot H_{1/3}^2}{T_p^4} \cdot \omega^{-5} \cdot e^{-\frac{1950}{T_p^4} \cdot \omega^{-4}} \cdot \gamma^4 \quad (15)$$

Gdje je:

- $\gamma$  – faktor zaoštrenja spektra ,  $\gamma = 3,3$
- $\omega_p$  – valna frekvencija maksimalne vrijednosti spektra ,  $\omega_p = \frac{2 \cdot \pi}{T_p}$
- $\sigma$  – odskočna funkcija valne frekvencije  $\omega$  : ako je  $\omega < \omega_p$  onda:  $\sigma = 0.07$   
ako je  $\omega > \omega_p$  onda:  $\sigma = 0.09$

Odnosi između perioda za JONSWAP spektar prikazani su sljedećim jednakostima:

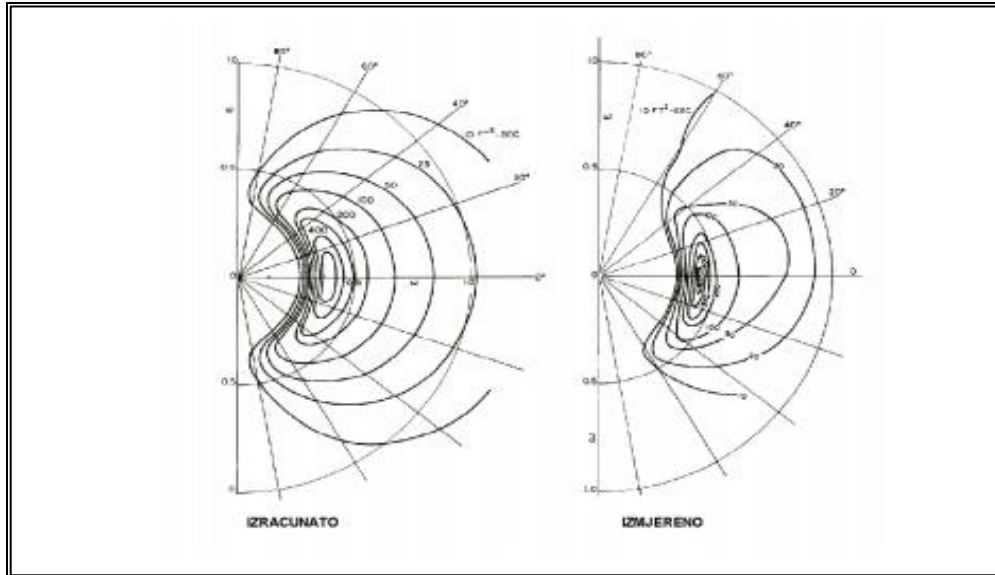
$$T_p = 1,2 \cdot T_1 \quad \text{ili} \quad T_p = 1,287 \cdot T_2 \quad (16)$$

### 4.3.4 Rasprostiranje valova

Kada bi valovi putovali samo u jednom smjeru njihovi brijegovi i dolovi bi bili beskonačno dugi i paralelni pa se takvi idealni valovi zovu valovi dugačkih brijegova ili vrhova. Primjer su valovi mrtvog mora, prethodno spomenuti u poglavlju o morskim valovima. Vjetrovni valovi su, pak valovi kratkih brijegova. Razlog tome je što se na moru javljaju valovi iz različitih smjerova. Valovi iz različitih smjerova su prouzročeni utjecajima obale (refleksija i difrakcija), topografijom morskog dna i valovima stvorenim na nekom drugom mjestu. Efekte rasprostiranja valova je potrebno uzeti u obzir posebno kod ljuljanja broda. Uzima se u obzir reformulacijom spektra energije:

$$S_{\zeta}(\omega, v) = \frac{2}{\pi} \cdot \cos^2(v - \mu) \cdot S_{\zeta}(\omega), \quad -\frac{\pi}{2} \leq (v - \mu) \leq \frac{\pi}{2} \quad (17)$$

Gdje je  $\mu$  glavni smjer valova. Na idućoj slici 7. je prikazan usporedba navedenog s izmjerenim spektrom koji sadržava rasprostiranje valova



**Slika 7. Usporedba izmjerenih vrijednosti spektra valova s rasprostiranjem po smjerovima i vrijednosti proračunatih prema kvadratu kosinusnog rasprostiranja [1]**

## 5 NJIHANJE KAO POSLJEDICA UTJECAJA VALOVA

### 5.1 NJIHANJE BRODA NA PRAVILNIM VALOVIMA

Njihanje broda uzrokovano je energijom koju nailazni val predaje brodu prilikom susreta. Dio energije utroši se na razbijanje vala odnosno difrakciju, što uzrokuje promjenu smjera te amplitude vala, dio energije val predaje brodu, a dio zadržava te nastavlja napredovati iza broda. Difrakcijski val zadržava valnu duljinu odnosno frekvenciju i nakon susreta s brodom. Energija vala predana brodu, osim što uzrokuje njihanje broda, sastoji se od energije inercijskih sila, energije povratnih sila nastalih pomakom tijela iz ravnotežnog položaja te energije valova koji se šire oko broda prilikom njihanja tj. valova radijacije. Ako tijelo nije kruto predana energija će se pretvoriti u energiju njihanja i njegove deformacije. Nakon sudara vala sa tijelom energija će mu biti manja od početne i promijenit će se, a pošto energija ne može nestati njena razlika prije i poslije sudara je utrošena na:

- a) stvaranje nove valne komponente(u obliku difrakcijskog vala) i
- b) energiju njihanja tijela(u slučaju da tijelo nije nepomično).

Val je sudarom doživio promjenu koja se, osim u pojavi nove komponente, očituje i na smanjenju njegove visine dok je duljina vala nepromijenjena - frekvencija i period su ostali isti. To se naziva **lom ili difrakcija**. Ako su elastične deformacije tijela zanemarive, razlika energija nadolazećeg vala i njegovog oblika nakon sudara s tijelom u ravnoteži je s ostalim komponentama nastalim gibanjem tijela, a to su:

- a) energija inercijskih sila mase tijela,
- b) energija uslijed rada povratnih sila nastalih pomakom tijela iz ravnotežnog položaja i
- c) energija valova radijacije koji se šire od tijela.

Posebnu ulogu u cijelom modelu njihanja tijela na valu ima energija radijacijskih valova koja se očituje kao:

- a) stišavanje (prigušavanje) njihanja tijela i

b) prividno povećanje mase tijela prilikom njihanja.

Prijenos energije periodičnim ponavljanjem, između sustava progresivnih harmonijskih valova i uronjenog tijela, rezultirat će **oscilacijskim gibanjem ili njihanjem tijela**, u općem slučaju sa šest stupnjeva slobode pomaka, odgovarajuće brzine i ubrzanja. Cijeli mehanizam međusobne interakcije vala i tijela je iznimno kompliciran pa je zato neophodno uvesti određena pojednostavljenja. Pri procjeni zanemarivosti poremećaja strujanja pomaže odnos dimenzija tijela (gib  $d_b$ , širina  $B$ , duljina  $L$ ) i geometrije vala (amplituda vala  $\zeta_a$ , njegova visina  $H=2\zeta_a$  i valna duljina  $\lambda$ ).

Mogu se razlikovati dva suprotna slučaja:

a) kada je strujanje u valu bitno poremećeno prisustvom tijela u tekućini

b) kada su dimenzije tijela u odnosu na značajke vala ( $v$  i  $d$ ) dovoljno male da se promjene strujanja u odnosu na homogeni val mogu zanemariti.

Definiranje područja primjene različitih modela i teorija koje opisuju interakciju vala i tijela ovisi o odnosu geometrije tijela i vala. Neki uvjeti dopuštaju zanemarivanje utjecaja viskoznih sila, a strujanje tekućine opisati kao potencijalno strujanje. U drugim slučajevima strujanje oko tijela je prvenstveno pod utjecajem viskoznih sila ili napetost površine ima značajan utjecaj. Strujanje koje je nastalo uz uvjet da vrijedi superpozicija pojedinih komponenata prisutnih u pojavi tj. uz uvjet linearnosti modela može se analizirati na dva odvojena modela nastala idealizacijom prisutnih fenomena:

a) prvi model je promatranje strujanja nastalo oko nepomičnog tijela, a pod djelovanjem nailaznog vala  $\zeta_0$  i njegove difrakcijske komponente  $\zeta_a$ .

b) drugi model promatra valove radijacije  $\zeta_j (j = 1, \dots, 6)$  koji nastaju u mirnoj tekućini kao posljedica prisilnog oscilacijskog gibanja tijela pomacima amplitude  $\eta_j$  na slobodnoj površini tekućine ili u njenoj blizini.

U prvom modelu na oplakanoj površini  $S$  uronjenog dijela volumena tijela integracijom tlakova se nalazi rezultantska **uzbudna sila i moment** kojima nailazeći val djeluje na tijelo. U drugom modelu gdje tijelo oscilira sa 6 stupnjeva slobode njihanja posljedično se javljaju hidostatičke i hidrodinamičke sile. **Hidrodinamičke sile** prigušuju nastalo oscilacijsko tijelo, a **hidrostatičke sile** vraćaju tijelo u početni položaj te se nazivaju povratnim silama. Hidrodinamičke sile se, pošto su jednim dijelom u fazi sa

ubrzanjem, a drugi dio u fazi s brzinom njihanja, ponašaju kao efektivno povećanje mase tijela i stišavanje njihanja te se nazivaju hidrodinamičkom reakcijom. Njihanje tijela se zbiva na granici dva medija - tekućine i atmosfere. Pošto je razlika specifične gustoće vrlo velika mehanizam njihanja je vrlo kompliciran. Zbog toga je nužno pojednostavniti opis pojave uvođenjem niza pretpostavki, te tu složenost spustiti na onu razinu na kojoj postoji odgovarajući matematički aparat, tj. spustiti na onu razinu na kojoj je moguće transformirati fizikalni model u njegovu matematičku interpretaciju. Najvažniji faktor koja omogućuje pojednostavljanje problema je linearnost prisutnih fenomena i mogućnosti superpozicije pojedinih sila tj. momenata. Ono također uključuje pretpostavku malih amplituda  $\zeta_a$  i malih amplituda njihanja  $\eta_j$  ( $j = 1, \dots, 6$ ). Osim ove prisutne su i ostale pretpostavke i faktori koje su spomenute u analizi harmonijskog vala, a to su:

- a) tekućina je idealna (neviskozna i nestlačiva),
- b) strujanje u tekućini je bezvrtložno (potencijalno strujanje),
- c) strujanje oko uronjenog dijela tijela se razmatra u njegovu srednjem položaju koji odgovara mirovanju u mirnoj tekućini,
- d) napetost slobodne površine zanemarena i
- e) harmonijski progresivni val je ravninski, a ravnina njegova rasprostiranja zatvara proizvoljan kut  $\beta$  s uzdužnom osi uronjena tijela.

Da bi se opisalo djelovanje vala na brod te njihanje kao posljedica istoga, potrebno je definirati odgovarajuće koordinatne sustave. Jednadžbe u ovom potpoglavlju se odnose na brod koji na harmonijskim valovima napreduje konstantnom brzinom  $U$  i proizvoljnim smjerom koji sa smjerom valova zatvara kut  $\beta$ . Njihanje broda se, kao i svakog drugog krutog tijela, može prikazati pomoću tri translacije težišta tijela i tri rotacije oko težišta. Ti koordinatni sustavi su:

a) **nepomični koordinatni sustav ( $S(x_0, y_0, z_0)$ ):**

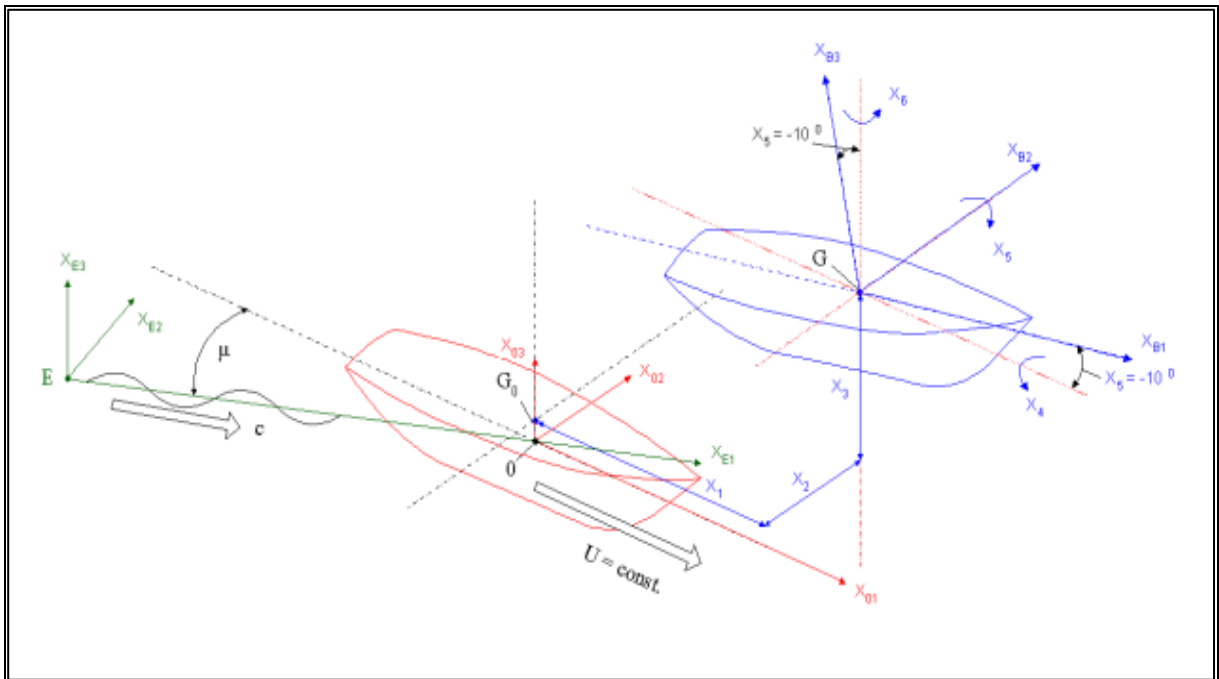
tzv. fiksni ili inercijski. Vezan je za Zemlju. Ravnina  $X_0Y_0$  leži na mirnoj slobodnoj površini, pozitivan smjer osi  $x_0$  je u smjeru napredovanja vala, a može biti i u smjeru napredovanja broda. Os  $z_0$  je okrenuta vertikalno put gore.

b) **koordinatni sustav broda ( $G(x_b, y_b, z_b)$ )**

Veza je za brod sa ishodištem u težištu broda  $G$ . Os  $x_b$  je u smjeru uzdužne simetrale broda, a usmjerena je prema pramcu broda, odnosno u smjeru napredovanja. Os  $y_b$  je usmjerena prema lijevom boku broda dok je  $z_b$  okomita na ravninu  $X_b Y_b$  s pozitivnim smjerom prema gore. U mirovanju broda ravnina  $X_b Y_b$  paralelna je sa mirnom slobodnom površinom.

c) **translatirajući koordinatni sustav ( $O(x, y, z)$ )**

Kreće se brzinom broda  $U$ . Ako brod miruje smjerovi koordinatnog osiju ovog sustava jednaki su onima kod koordinatnog sustava broda. Ravnina  $XY$  leži na mirnoj slobodnoj površini.



Slika 8. Koordinatni sustavi broda [1]

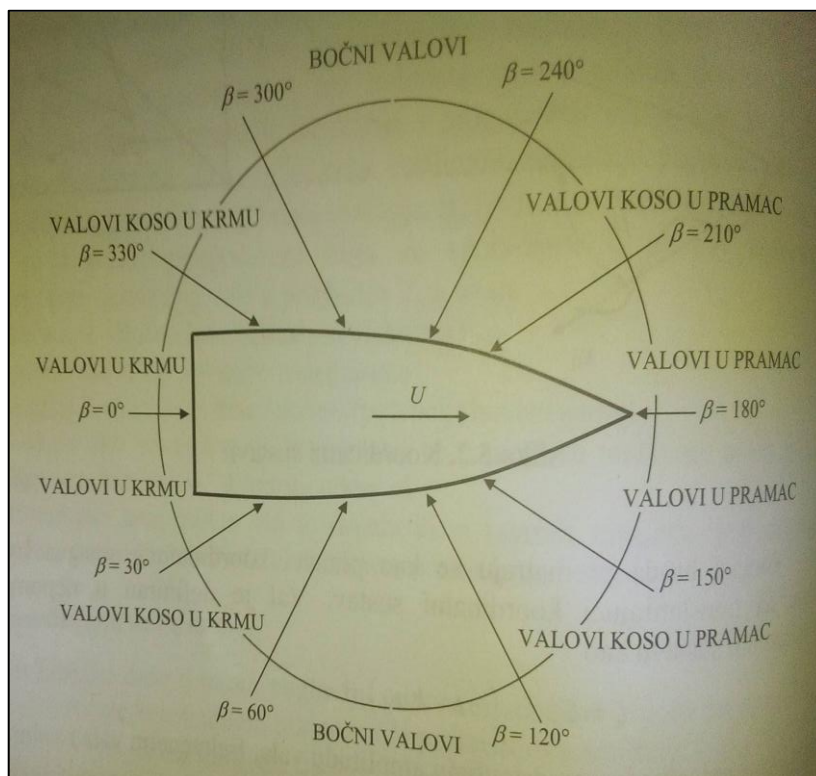
Pomaci broda se promatraju kao pomaci koordinatnog sustava broda u odnosu na translirajući koordinatni sustav. Val je definiran u nepomičnom koordinatnom sustavu kao:

$$\zeta = \zeta_a \cos(\omega t - kx_0) \quad (18)$$

gdje  $\zeta_a$ ,  $\omega$  i  $k$  redom predstavljaju amplitudu vala, frekvenciju vala i valni broj.

### 5.1.1 Kursni kut i susretna frekvencija

Frekvencija njihanja tijela koja napreduje na valovima najčešće nije jednaka frekvenciji valova. Također ovisi i o brzini broda i kutu pod kojim brod nailazi na valove. Ako brod plovi u smjeru napredovanja valova period susretanja (susretni period)  $T_e$  će biti veći od perioda valova, odnosno frekvencija susretanja (susretna frekvencija) manja od frekvencije valova. Ako valovi dolaze sa bokova, neće biti razlike između valne i susretne frekvencije. **Susretni ili kursni kut  $\beta$**  je kut pod kojim valovi nailaze na brod te se definira kao kut koji zatvaraju vektor brzine broda i vektor brzine vala. Definicija valova u odnosu na brod su prikazani na idućoj slici 9.



Slika 9. Kursni kut [2]

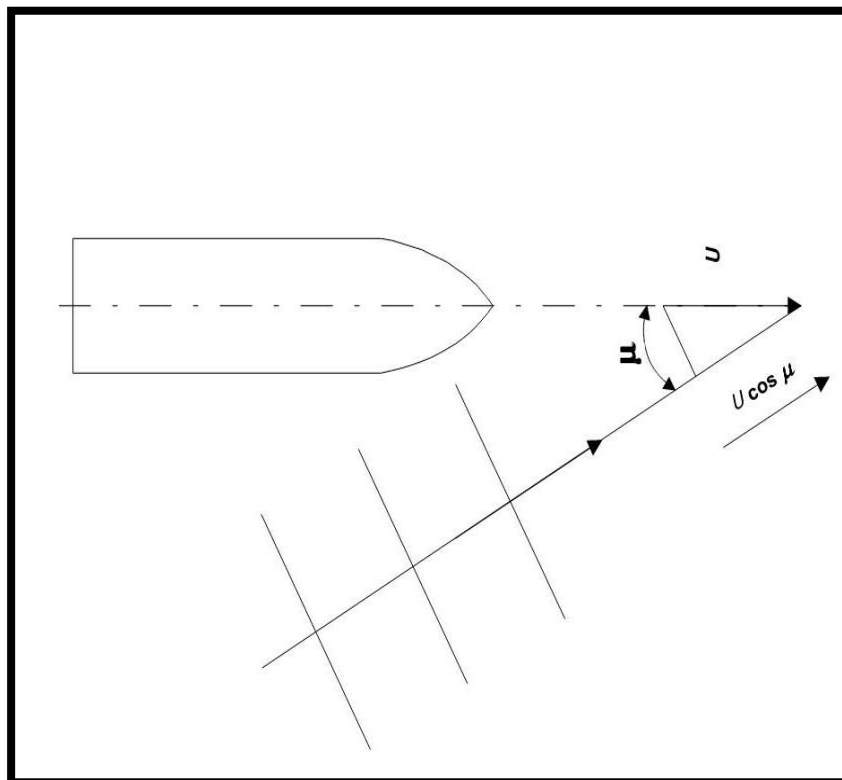
- Valovi u krmu (engl. *following sea* ( $U > c$ ) ili engl. *overtaking sea* ( $U < c$ ))  
 $\beta = 0^\circ - 30^\circ$  ( $330^\circ - 360^\circ$ ),
- Valovi koso u krmu (engl. *quartering sea*) –  $\beta = 30^\circ - 60^\circ$  ( $300^\circ - 330^\circ$ ),
- Bočni valovi (engl. *beam sea*) –  $\beta = 60^\circ - 120^\circ$  ( $240^\circ - 300^\circ$ ),

- Valovi koso u pramac (engl. *bow sea*) –  $\beta = 120^\circ - 150^\circ$  ( $210^\circ - 240^\circ$ ),
- Valovi u pramac (engl. *head sea*) –  $\beta = 150^\circ - 180^\circ$  ( $180^\circ - 210^\circ$ ).

Promjena susretne frekvencije elementarna je značajka problema njihanja broda i kada se vrednuju pomorstvene značajke nekog broda pretpostavlja se da je ta procjena valjana za određeno stanje mora. Relativna brzina broda u odnosu na valove je  $c - U \cos \beta$  gdje su  $\lambda$  i  $c$  redom valna duljina i brzina. Susretni period  $T_e$  izražava se kao potrebno vrijeme da brod prijeđe put od jednog do sljedećeg valnog brijega

$$T_e = \frac{\lambda}{c - U \cos \beta} = \frac{T}{1 - \left(\frac{U}{c}\right) \cos \beta} \quad (19)$$

gdje je  $T = \frac{\lambda}{c}$  period vala. Vrijeme koje je potrebno da brod prijeđe put od jednog do susjednog valnog brijega računa se kao omjer valne duljine i brzine napredovanja broda u smjeru napredovanja vala.



**Slika 10. Kut susretanja valova [2]**

Uvrštavajući izraz za susretnu frekvenciju  $\omega_e = 2 \frac{\pi}{T_e}$  u gornju jednadžbu i sređivanjem



dobije se:

$$\omega_e = \omega - \frac{\omega}{c} U \cos \beta, \quad (20)$$

a znajući da je  $k = \omega/c$

$$\omega_e = \omega - k U \cos \beta, \quad (21)$$

Iz gornjih jednadžbi i iz slike 10. može se zaključiti:

- $\omega_e > \omega$  za valove kursnog kuta od  $90^\circ$  do  $270^\circ$ . U tom je slučaju drugi dio gornjeg izraza negativan, pa je susretna frekvencija veća od valne.
- $\omega_e > 0$  za valove kursnog kuta od  $90^\circ$  do  $270^\circ$ . U tom je slučaju drugi dio gornjeg izraza negativan pa je susretna frekvencija uvijek pozitivna i veća od valne. Osim navedenog slučaja, susretna frekvencija je veća od nule u slučaju kada dolaze u krmu i prestižu brod, odnosno kada je  $c > U \cos \beta$ .
- $\omega_e = \omega$  za valove u bok ( $\beta = 90^\circ$  ili  $270^\circ$ ) ili za slučaj kada je brzina broda  $U = 0^\circ$ . U tom je slučaju drugi dio gornjeg izraza jednak nuli pa je susretna frekvencija jednaka valnoj.
- $\omega_e = 0^\circ$  moguće je jedino u slučaju kada je komponenta brzine broda u smjeru valova jednaka brzini vala ( $U \cos \beta = c$ ) odnosno za kursne kutove od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  ili za kutove od  $270^\circ$  do  $360^\circ$  i odgovarajuću brzinu broda. U tom slučaju brod ostaje u istom položaju u odnosu na val.
- $\omega_e < 0^\circ$  fizikalno je neodrživo, međutim u teoriji pomorstvenosti izražava slučaj kada brod prestiže valove. To je moguće jedino kada je komponenta brzine broda u smjeru valova veća od brzine vala ( $U \cos \beta > c$ ), odnosno za kursne kutove od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  tj. za kutove od  $270^\circ$  do  $360^\circ$  i odgovarajuću brzinu broda. U proračunima vezanima uz njihanje broda u ovom se slučaju uzima apsolutna vrijednost susretne frekvencije. Na valovima koso u krmu ili u krmu moguće je da se jedna apsolutna vrijednost susretne frekvencije na brodu može iskusiti za tri različita valna sustava. Sređivanjem prethodne formule dobije se:

$$\omega = \frac{g}{2U \cos \beta} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\omega_e}{g} U \cos \beta} \right) \quad (22)$$

Rješenja gornje jednadžbe za zadanu apsolutnu vrijednost susretne frekvencije su odgovarajuće valne vrijednosti. Za apsolutnu vrijednost susretne frekvencije manju od maksimalne pozitivne moguća su četiri rješenja od kojih su tri valjana dok je jedno rješenje trivijalno. Za valove kursnog kuta od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  (ili od  $270^\circ$  do  $360^\circ$ ) maksimalna pozitivna vrijednost susretne frekvencije je ona koja daje nultu vrijednost pod korijenom gornjeg izraza odnosno:

$$\omega_{e \max} = \frac{g}{4U \cos \beta} \quad (23)$$

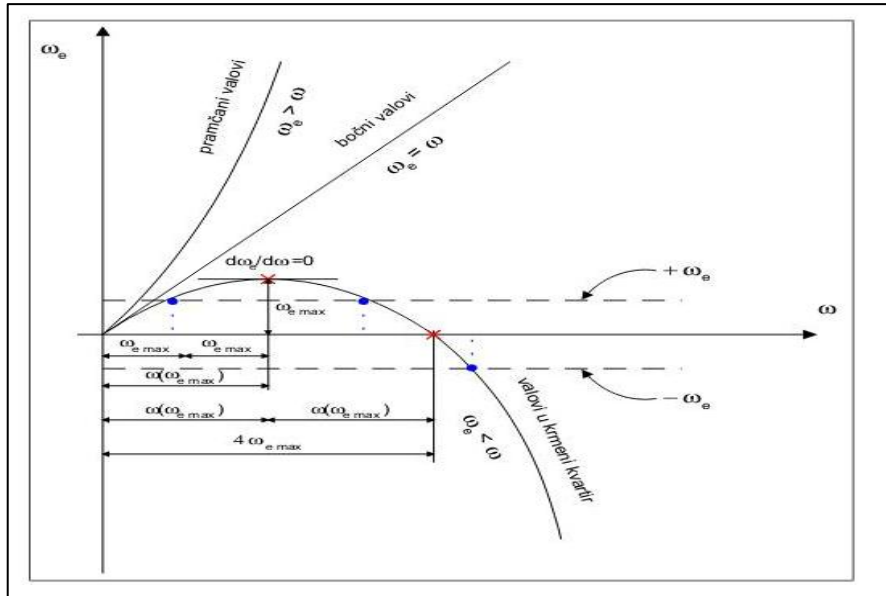
kada je frekvencija jednaka:

$$\omega = \frac{g}{2U \cos \beta} = 2\omega_{e \max} \quad (24)$$

Susretna frekvencija je jednaka nuli za:

$$\omega = 0 \quad \text{i} \quad \omega = \frac{g}{U \cos \beta} = 4\omega_{e \max} \quad (25)$$

Ovaj specifičan slučaj odgovara uvjetima pri kojima je komponenta brzine broda u smjeru napredovanja vala jednaka faznoj brzini tj.  $U \cos \beta = c$ .



Slika 11. Susretna frekvencija za različite valne sustave [1]

### 5.1.2 Oblici njihanja

Oscilacijsko gibanje tijela, odnosno njegovo njihanje  $\eta_j(t)$  može se prikazati u kompleksnome obliku:

$$\eta_j(t) = \text{Re}\{\delta_j e^{-i\omega_e t}\} = \eta_{Cj} \cos \omega_e t + \eta_{Sj} \sin \omega_e t = \eta_{aj} \cos(\omega_e t + \varepsilon_j) \quad (26)$$

gdje je:

- $\delta_j$  kompleksne amplitude njihanja

$$\delta_j = \delta_j^{Re} + i\delta_j^{Im} = \eta_{Cj} + i\eta_{Sj}, \quad j=1\dots6 \quad (27)$$

- $e^{-i\omega_e t}$  vremenska harmonijska funkcija

$$e^{-i\omega_e t} = \cos \omega_e t - i \sin \omega_e t \quad (28)$$

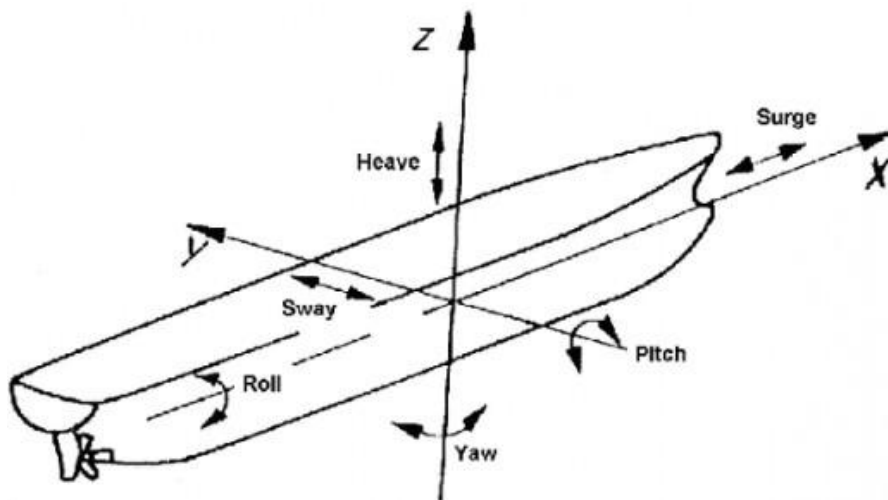
Gdje je:  $\omega_e$  kružna frekvencija harmonijskog njihanja jednaka susretnoj frekvenciji progresivnog harmonijskog vala  $\zeta(x, y; t)$ , a

$\eta_{aj}$  i  $\varepsilon_j$  su realna vrijednost amplitude njihanja i faznog pomaka u odnosu na nailazeći val tj.

$$\eta_{aj} = \sqrt{\eta_{cj}^2 + \eta_{sj}^2} \quad (29)$$

$$\varepsilon_j = \arctan \frac{\eta_{cj}}{\eta_{sj}}, \quad j=1\dots6 \quad (30)$$

Njihanje se sastoji od triju translacijskih gibanja u smjeru osi  $x,y,z$  i rotacijskih gibanja oko osi  $x,y,z$ .



Slika 12. Oscilacijska gibanja broda [1]

Zalijetanje (engl. *Surge*):  $\eta_1 = \eta_{a1} \cos(\omega_e t + \varepsilon_1)$

Zanošenje (engl. *Sway*):  $\eta_2 = \eta_{a2} \cos(\omega_e t + \varepsilon_2)$

Poniranje (engl. *Heave*):  $\eta_3 = \eta_{a3} \cos(\omega_e t + \varepsilon_3)$

Ljuljanje (engl. *Roll*):  $\eta_4 = \eta_{a4} \cos(\omega_e t + \varepsilon_4)$

Posrtanje (engl. *Pitch*):  $\eta_5 = \eta_{a5} \cos(\omega_e t + \varepsilon_5)$

Zaošijanje (engl. *Yaw*):  $\eta_6 = \eta_{a6} \cos(\omega_e t + \varepsilon_6)$

Svaki oblik gibanja je u odnosu na val pomaknut za različit fazni kut. Fazni pomak se odnosi na valnu elevaciju u ishodištu translirajućeg koordinatnog sustava  $O(x,y,z)$ ,  $\zeta =$

$\zeta_a \cos \omega_e t$ . Od položaja broda u stanju mirovanja pozitivan pomak:  $\eta_1$  odgovara pomaku u smjeru napredovanja,  $\eta_2$  odgovara bočnom pomaku ulijevo,  $\eta_3$  odgovara izronu. Rotacijski pomaci slijede pravilo desne ruke odnosno pozitivan pomak:  $\eta_4$  odgovara uranjanju desnog boka broda,  $\eta_5$  odgovara uranjanju pramca a  $\eta_6$  odgovara zakretanju pramca ulijevo.

### 5.1.3 Pomaci, brzine i ubrzanja

Pomaci broda zapravo predstavljaju pomake koordinatnog sustava broda  $G(x_b, y_b, z_b)$  u odnosu na translirajući koordinatni sustav  $O(x, y, z)$ . Brzina i ubrzanje broda se dobiju kao prva odnosno druga parcijalna derivacija pomaka:

Pomaci:

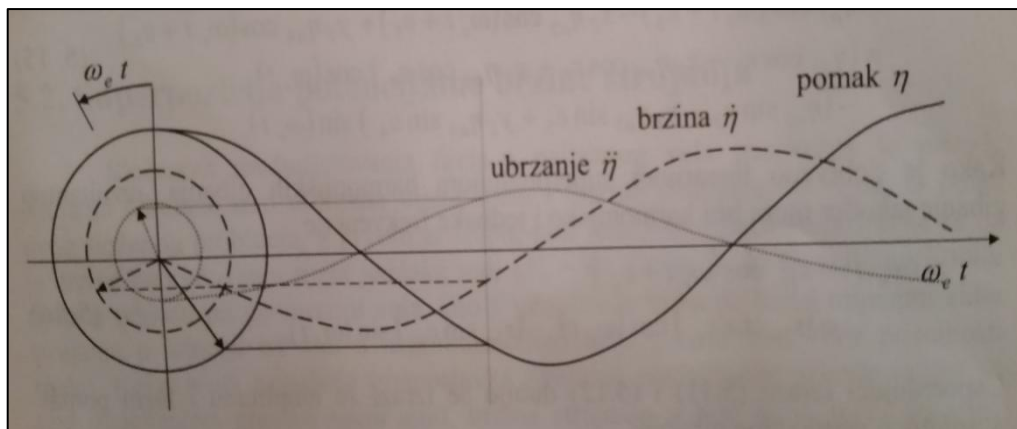
$$\eta_j(t) = \text{Re}\{\delta_j e^{-i\omega_e t}\} = \eta_{aj} \cos(\omega_e t + \varepsilon_j), j = 1 \dots 6 \quad (31)$$

Brzina:

$$\dot{\eta}_j(t) = \frac{\partial}{\partial t} \eta_j(t) = \text{Re}\{-i\omega_e \delta_j e^{-i\omega_e t}\} = -\omega_e \eta_{aj} \sin(\omega_e t + \varepsilon_j) = \omega_e \eta_{aj} \cos(\omega_e t + \varepsilon_j + \pi/2), j=1\dots 6 \quad (32)$$

Ubrzanje:

$$\ddot{\eta}_j(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \eta_j(t) = \text{Re}\{-\omega_e^2 \delta_j e^{-i\omega_e t}\} = -\omega_e^2 \eta_{aj} \cos(\omega_e t + \varepsilon_j) = \omega_e^2 \eta_{aj} \cos(\omega_e t + \varepsilon_j + \pi), j=1\dots 6 \quad (33)$$



Slika 13. Fazni odnos pomaka, brzine i ubrzanja njihanja [2]

### 5.1.4 Superpozicija njihanja

Poznavajući rotaciju broda oko težišta, moguće je odrediti gibanje bilo koje točke na plovnom objektu. Gibanja bilo koje točke broda u odnosu na translirajući koordinatni sustav  $O(x,y,z)$  se zovu **apsolutna gibanja**. Uz pretpostavku malih kutnih pomaka  $\eta_4, \eta_5$  i  $\eta_6$  (npr.  $< 0.1$  rad) te uz  $\sin \approx \eta$ ,  $\cos \eta \approx 1$ , vektor apsolutnog pomaka  $s$  se može izraziti na sljedeći način:

$$s = s^O + \Omega \times r = v^P = \eta_1 i + \eta_2 j + \eta_3 k + \begin{vmatrix} i & j & k \\ \eta_4 & \eta_5 & \eta_6 \\ x & y & z \end{vmatrix} \quad (34)$$

gdje je  $s^O$  vektor translacijskih pomaka,  $\Omega$  vektor rotacijskih pomaka, a  $r$  je radijvektor zadane točke. Koristeći gornji izraz, komponente apsolutnog pomaka bilo koje točke  $T(x_T, y_T, z_T)$  na brodu mogu se dobiti kao:

$$\begin{aligned} x_{apsT} &= \eta_1 - y_T \eta_6 + z_T \eta_5 \\ y_{apsT} &= \eta_2 + x_T \eta_6 - z_T \eta_4 \\ z_{apsT} &= \eta_3 - x_T \eta_5 + y_T \eta_4 \end{aligned} \quad (35)$$

Za primjer se može uzeti vertikalni apsolutni pomak kojeg čine tri harmonijska gibanja (poniranje, ljuljanje, posrtanje) u linearnoj superpoziciji. Uvrstivši izraze za pojedina gibanja broda u prije spomenuti izraz za apsolutni vertikalni pomak  $s_3$  dobije se:

$$\begin{aligned} s_3(\omega_e, t) &= \eta_3 - x_T \eta_5 + y_T \eta_4 = \\ &= \eta_{a3} \cos(\omega_e t + \varepsilon_3) - x_T \eta_{a5} \cos(\omega_e t + \varepsilon_5) + y_T \eta_{a4} \cos(\omega_e t + \varepsilon_4) = \\ &= (\eta_{a3} \cos(\varepsilon_3) - x_T \eta_{a5} \cos(\varepsilon_5) + y_T \eta_{a4} \cos(\varepsilon_4)) \cos(\omega_e t) - \\ &\quad (\eta_{a3} \sin(\varepsilon_3) - x_T \eta_{a5} \sin(\varepsilon_5) + y_T \eta_{a4} \sin(\varepsilon_4)) \sin(\omega_e t) \end{aligned} \quad (36)$$

Rezultantno gibanje također mora biti harmonijsko i jednake frekvencije:

$$s_3(\omega_e, t) = s_{3a} \cos(\omega_e t + \varepsilon_{s_3}) = (s_{3a} \cos(\varepsilon_{s_3}) \cos(\omega_e t) - (s_{3a} \sin \varepsilon_{s_3}) \sin(\omega_e t)) \quad (37)$$

Uspoređujući prethodna dva izraza dobiju se izrazi za amplitudu i fazni pomak apsolutnog vertikalnog gibanja:

$$s_{3a} = \sqrt{(\eta_{a3} \cos \varepsilon_3 - x_T \eta_{a5} \cos \varepsilon_5 + y_T \eta_{a4} \cos \varepsilon_4)^2 + (\eta_{a3} \sin \varepsilon_3 - x_T \eta_{a5} \sin \varepsilon_5 + y_T \eta_{a4} \sin \varepsilon_4)^2} \quad (38)$$

$$\varepsilon_{s_3} = \arctan \left( \frac{(\eta_{a3} \sin \varepsilon_3 - x_T \eta_{a5} \sin \varepsilon_5 + y_T \eta_{a4} \sin \varepsilon_4)}{(\eta_{a3} \cos \varepsilon_3 - x_T \eta_{a5} \cos \varepsilon_5 + y_T \eta_{a4} \cos \varepsilon_4)} \right) \quad (39)$$

Ovaj način se također koristi i za dobivanje amplitude i faznog pomaka gibanja u smjeru osi  $x$  i  $y$ . Treba biti oprezan sa predznacima brojnika i nazivnika da bi bilo moguće ispravno odrediti kvadrant od  $0$  do  $2\pi$  u kojem se nalazi vrijednost faznog pomaka. Prva i druga parcijalna derivacija pomaka daje apsolutnu brzinu i ubrzanje točke  $T$ .

$$\dot{s}_3(\omega_e, t) = -s_{3a} \omega_e \sin(\omega_e t + \varepsilon_{s_3}) = s_{3a} \omega_e \cos \left( \omega_e t + \varepsilon_{s_3} + \frac{\pi}{2} \right) \quad (40)$$

$$\ddot{s}_3(\omega_e, t) = -s_{3a} \omega_e^2 \cos(\omega_e t + \varepsilon_{s_3}) = s_{3a} \omega_e^2 \cos(\omega_e t + \varepsilon_{s_3} + \pi) \quad (41)$$

Sva opisana gibanja su gibanja neke točke na brodu u odnosu na neporemećenu slobodnu površinu. No ipak, često je potrebno odrediti **relativna gibanja** u odnosu na valnu površinu. Vertikalno relativno gibanje s točke  $T(x_T, y_T)$  u odnosu na val  $\zeta$  određuje se kao:

$$r_3 = \zeta_T - s_3 = \zeta_T - \eta_3 + x_T \eta_5 - y_T \eta_4 \quad (42)$$

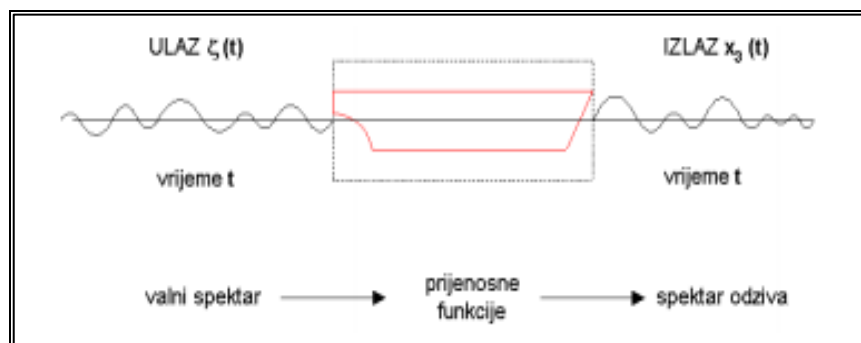
gdje je  $\zeta_T$  lokalna elevacija vala na poziciju točke  $T$ :

$$\zeta_T = \zeta_a \cos(\omega_e t - kx_b \cos \beta + ky_b \sin \beta) \quad (43)$$

Analogno se mogu odrediti amplituda i fazni pomak.

## 5.2 NJIHANJE BRODA NA NEPRAVILNIM VALOVIMA

St. Denis i Pierson su svojim otkrićem prvi put omogućili razmatranje njihanja i efekata njihanja broda na nepravilnim valovima, kao i procjenu rizika premašivanja određenih vrijednosti. Oni su smatrali brod kao jednu vrstu elektroničkog filtra gdje ulazni signal čine određeni broj različitih frekvencijskih komponenti koje se pojačavaju i mijenjaju kako bi se proizveo izlazni signal.



Slika 14. Analogija broda sa elektroničkim filterom [1]

Analogijom broda sa elektroničkim filterom omogućuje se prolazak valovima umjesto elektroničkim signalima. Stoga se ulaznim signalom smatraju valovi koje brod prima te kao izlazni signal proizvodi njihanje broda. Brod se može gledati kao i skup elektroničkih filtera jer postoje prijenosne funkcije koje ovise o brzini broda i kutu susretanja valova. Prijenosne funkcije se dobiju kao odzivi broda na pravilnim valovima. Pri vrlo velikim valovima, odnosno niskim valnim frekvencijama njihanje poniranja je u potpunosti sinkronizirano s gibanjem vala. S druge strane kad brod nailazi na valove male duljine, odnosno valove više frekvencije, amplitude odziva poprimaju zanemarive vrijednosti, te ne nastupaju u istoj fazi s njihanjima broda. Analogijom s uskopojasnim filtrom, proizlazi da brod propušta samo niske frekvencije[1].

### 5.2.1 Definicija spektra valova

Primjenom spektra valova se određuje odziv broda na nepravilnim valovima. Valni spektar se definira sljedećom jednačinom:



$$S_{\zeta}(\omega)d\omega = \frac{1}{2}\zeta_a^2(\omega) \quad (44)$$

Na sličan način se definiira i spektar odziva broda:

$$\begin{aligned} S_r(\omega)d\omega &= \frac{1}{2}r_a^2(\omega) \\ &= \left| \frac{r_a}{\zeta_a}(\omega) \right|^2 \cdot \frac{1}{2}\zeta_a^2(\omega) \\ &= \left| \frac{r_a}{\zeta_a}(\omega) \right|^2 \cdot S_{\zeta}(\omega)d\omega \end{aligned} \quad (45)$$

$$S_r(\omega) = \left| \frac{r_a}{\zeta_a}(\omega) \right|^2 \cdot S_{\zeta}(\omega) \quad (46)$$

gdje je  $r_a$  – amplituda odziva.

Za procjenu odziva broda na nepravilnim valovima važno je odrediti samo amplitude odziva broda na pravilnim valovima [1]. Za detaljniju procjenu je potrebno odrediti prijenosne funkcije za kutove susretanja valova i određene brzine. Za svih šest njihanja bi trebalo odrediti 126 spektara odziva koje daje jednostavna računica množenja broja brzina i susretnih kuteva, no u praksi se najčešće uzimaju za ona njihanja koja su najnepovoljnija i prema kojim se određuju brzina plovidbe i planira putovanje. Statistički gledano, potpuno je svejedno kako izgleda nepravilni val u vremenu, već je važno samo kolike su amplitude i frekvencije pojedinih komponenti pravilnih valova koje određuje spektar. Spektar odziva se sastoji od određenog broja komponenti - matematički beskonačnog, ali je u praksi dovoljno uzeti 20 komponenti.

### 5.2.2 Transformacija spektra

U specifičnim slučajevima kao što je slučaj u prethodnom potpoglavlju, valna frekvencija  $\omega$  je jednaka je frekvenciji susretanja valova  $\omega_e$ . Općenito,  $\omega = \omega_e$  je kad je brzina broda  $U = 0$  čv i kad je  $\mu = 90^\circ$ , a brzina nije jednaka nuli. U ostalim slučajevima kad brod plovi određenom brzinom  $U$ , frekvencija susretanja valova nije jednaka valnoj

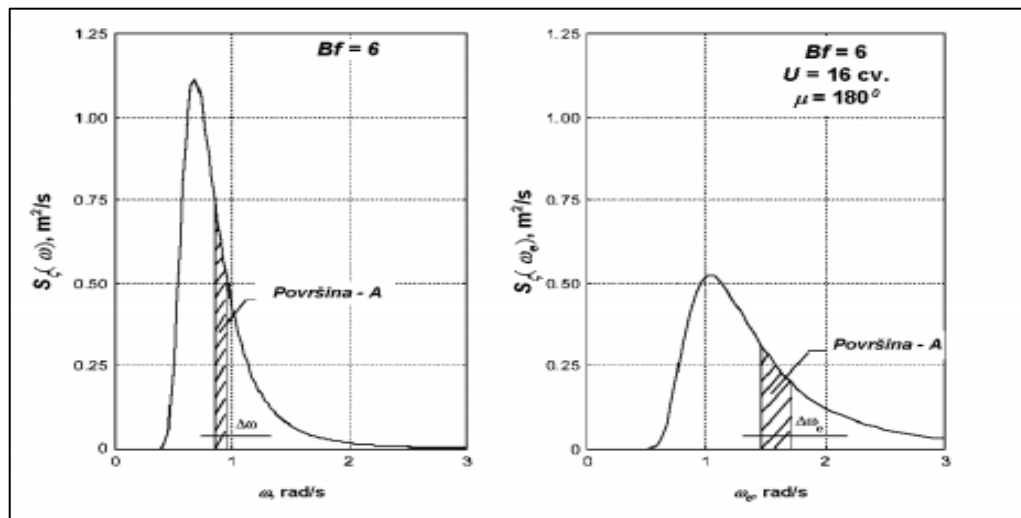
frekvenciji. Zbog toga je potrebno transformirati valni spektar u spektar susretanja. Za valni spektar  $S_{\zeta}(\omega_e)$  vrijednosti spektralnih ordinata koje ovise o frekvencijama susretanja  $\omega_e$  nisu jednake vrijednostima spektralnih ordinata  $S_{\zeta}(\omega)$  koje ovise o valnim frekvencijama  $\omega$ , odnosno [1]:

$$S_{\zeta}(\omega_e) \neq S_{\zeta}(\omega) \quad (47)$$

Budući da mora postojati jednaka količina energije unutar intervala  $\Delta\omega_e$  i  $\Delta\omega$  proizlazi:

$$S_{\zeta}(\omega_e)d\omega_e = S_{\zeta}(\omega)d\omega \quad (48)$$

Prema prethodnim jednadžbama da se primjetiti da intervali ne mogu biti jednaki što se vidi na idućoj slici 15.



**Slika 15. Transformacija spektra valova pri pramčanim valovima [1]**

Iz prethodne jednadžbe se određuje spektar susretanja:

$$S_{\zeta}(\omega_e) = \frac{S_{\zeta}(\omega)}{\frac{d\omega_e}{d\omega}} \quad (49)$$

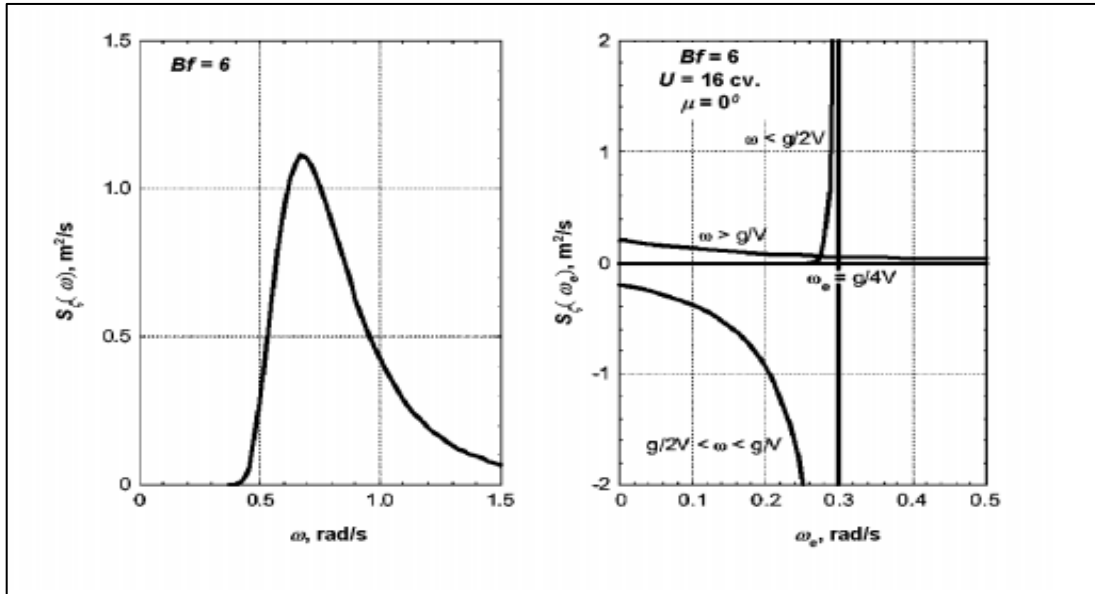
Uvrštavanjem jednadžbe za frekvenciju susretanja valova:

$$\omega_e = \omega - \frac{\omega^2}{g} \cdot U \cos \mu \quad (50)$$

određuje se derivacija po valnoj frekvenciji:

$$\frac{d\omega_e}{d\omega} = 1 - \frac{2\omega}{g} \cdot U \cos \mu \quad (51)$$

Prethodna slika 15. je prikazala transformaciju spektra za slučaj pramčanih valova, dok iduća pokazuje transformaciju spektra za krmene valove.



Slika 16. Transformacija spektra valova pri krmnim valovima [1]

Važno je primijetiti da se za bilo koji kut susretanja u krmnoj polovici broda  $\mu = 90^\circ$  do  $270^\circ$  pojavljuju frekvencije susretanja čije su vrijednosti niže od vrijednosti valne frekvencije i za koje mogu postojati po dvije do tri vrijednosti valne frekvencije. Razumljivo je da je vrlo teško integrirati površinu ispod transformiranog spektra koji izgleda kao ovaj na Slika 16[6].

Spektar odziva susretanja određuje se iz sljedeće jednačbe:

$$S_r(\omega_e) = \left| \frac{r_a}{\zeta_a}(\omega_e) \right|^2 \cdot S_\zeta(\omega_e) \quad (52)$$

Spektralni momenti se određuju prema:

$$m_{nr} = \int_0^\infty \omega_e^n S_r(\omega_e) d\omega_e, \quad za \ n \in \mathbb{N}. \quad (53)$$

Gornji integral je vrlo teško numerički odrediti budući da  $S_z(\omega_e)$  i  $S_r(\omega_e)$  za sve slučajeve krmernih valova izgledaju slično spektru prikazanom na prethodnoj slici 16. Zbog toga se redovito primjenjuje sljedeće jednakosti:

$$\begin{aligned}
 m_{0r} &= \int_0^\infty S_r(\omega_e) d\omega_e = \int_0^\infty S_r(\omega) d\omega, & \text{za } n = 0 \\
 m_{1r} &= \int_0^\infty \omega_e S_r(\omega_e) d\omega_e = \int_0^\infty \omega_e S_r(\omega) d\omega, & \text{za } n = 1 \\
 m_{2r} &= \int_0^\infty \omega_e^2 S_r(\omega_e) d\omega_e = \int_0^\infty \omega_e^2 S_r(\omega) d\omega, & \text{za } n = 2.
 \end{aligned} \tag{54}$$

Iz jednadžbi (53) i (54) se da zaključiti da su površine ispod oba spektra jednaka. Shodno tome, i sve statističke mjere su jednake poput standardnih devijacija. Značajna amplituda odziva predstavlja srednju vrijednost trećine najviših odziva što se izražava sljedećom jednadžbom:

$$r_{a1/3} = 2\sqrt{m_{0r}} \tag{55}$$

Srednji period se određuje sljedećim jednadžbama:

- srednji period amplituda odziva

$$T_{1r} = 2\pi \frac{m_{0r}}{m_{1r}}, \tag{56}$$

- srednji period nultih vrijednosti odziva

$$T_{2r} = 2\pi \sqrt{\frac{m_{0r}}{m_{2r}}}. \tag{57}$$

Sve ostale statističke mjere određuju se iz spektralnih momenata [7].

## 6 ZAKLJUČAK

Razvojem matematičkih formula i njihovim proširivanjem postižu se optimalni ciljevi u pomorstvu. Matematika i pomorstvo nastaju gotovo u isto vrijeme zbog ljudske potrebe za obavljanjem različitih poslova i da se plovidba na otvorenim morima, gdje su veći i valovi i otpor mora, učini što sigurnijom za ljude, brod i teret. Uz matematičku znanost, gibanja koja brod izvodi na površini mora proučava još jedna posebna grana znanosti koja se zove brodska hidrodinamika ili hidrodinamika broda. Valja naglasiti da danas suvremeni razvoj znanosti zahtjeva sve veću interdisciplinarnost između stručnjaka raznih profila, pa tako i u pomorstvenosti.

Brod se razlikuje od bilo koje velike konstrukcije u tome što, pored zadovoljavanja ostalih posebnih zahtjeva, mora biti projektiran tako da se omogući njegovo kretanje kroz vodu uz minimalnu vanjsku pomoć. U prošlosti je čovjek na razne načine znao umanjiti otpor vode. Iskustva koja su prenošena s koljena na koljena omogućila su stvaranje sve boljih trupaca, brodice i brodova. Taj je razvoj bio relativno spor, a znanstveni pristup problematici plovidbe novijeg je datuma. Leonardo da Vinci krajem 15. st. provodi opažanja i ispitivanja na modelima iz kojih proizlaze zaključci ispravni i s današnjih saznanja. Njegov je rad o gibanju i mjerenju vode publiciran 300 godina nakon smrti i nije imao utjecaja na daljnji razvoj znanosti. U knjizi „Matematička načela prirodnih znanosti“, 1687. godine, početke analize mehanizama otpora postavlja Isaac Newton. Nakon njega, 1749. god. Leonhard Euler poznat kao osnivač teorijske hidrodinamike objavljuje radove u kojima izlaže znanstvene osnove teorije broda i izlaže kritici neke stavove I. Newtona o otporu tijela. Tijekom 18. st. razvija se teorija hidrodinamike i provode prvi pokušaji određivanja otpora broda na osnovi ispitivanja modela (Bird, D’Alambert).

Cijeli svoj vijek brod je u stalnom dodiru s morem. Ta čvrsta veza najčešće je obilježena dinamikom plovidbe u raznim vremenskim uvjetima, uvjetima akvatorija i situacijama na plovnom putu. Pomorac, zaposlen na brodu, treba razumjeti uzroke i posljedice njihanja broda na valovima. Da bi iste mogao razumjeti, a samim tim ih na vrijeme i koliko toliko predvidjeti neophodna je primjena matematike.

## LITERATURA

- [1] Radan, D.: *Uvod u hidrodinamiku broda*, Dubrovnik, 2004.
- [2] Čorić, V.; Prpić – Oršić, J.: *Pomorstvenost plovnih objekata*, Rijeka, 2006.
- [3] Belamarić, G.: *Glavne mjere broda*, Split, 2012.
- [4] Henč-Bartolić, V.; Kulišić P.: *Valovi i optika*, Zagreb, 1989.
- [5] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Brod>
- [6] Tabain, T.: *Njihanja broda na nepravilnim valovima*, Brodarski institut, Zagreb, 1972.
- [7] Vučinić, A.: *Hidromehanika broda, Otpor broda u mirnoj vodi*, Rijeka, 1996.

## POPIS SLIKA

Slika 1. Dijelovi broda [5] .....	7
Slika 2. Superpozicija njihanja [1] .....	12
Slika 3. a) i b) Pravilni val [1] .....	13
Slika 4. Stajaći val [1] .....	16
Slika 5. Superpozicija dvaju pravilnih valova istog smjera [1].....	17
Slika 6. Definicija spektra gustoće energije valnih amplitude [1].....	18
Slika 7. Usporedba izmjerenih vrijednosti spektra valova s rasprostranjem po smjerovima i vrijednosti proračunatih prema kvadratu kosinusnog rasprostiranja [1] .....	21
Slika 8. Koordinatni sustavi broda [1].....	25
Slika 9. Kursni kut [2] .....	26
Slika 10. Kut susretanja valova [2].....	27
Slika 11. Susretna frekvencija za različite valne sustave [1].....	30
Slika 12. Oscilacijska gibanja broda [1].....	31
Slika 13. Fazni odnos pomaka, brzine i ubrzanja njihanja [2] .....	32
Slika 14. Analogija broda sa elektroničkim filterom [1].....	35
Slika 15. Transformacija spektra valova pri pramčanim valovima [1] .....	37
Slika 16. Transformacija spektra valova pri krmenim valovima [1].....	38