

UTJECAJ DEPRESIJE, REFRAKCIJE I PARALAKSE NA GREŠKU STAJNICE U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI

Jurić, Ante

Master's thesis / Diplomski rad

2017

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Split, Faculty of Maritime Studies / Sveučilište u Splitu, Pomorski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:164:101798>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-07**

Repository / Repozitorij:

[Repository - Faculty of Maritime Studies - Split - Repository - Faculty of Maritime Studies Split for permanent storage and preservation of digital resources of the institution](#)



UNIVERSITY OF SPLIT



**SVEUČILIŠTE U SPLITU
POMORSKI FAKULTET**

ANTE JURIĆ

**UTJECAJ DEPRESIJE, REFRAKCIJE I
PARALAKSE NA GREŠKU STAJNICE U
ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI**

DIPLOMSKI RAD

SPLIT, 2017.

**SVEUČILIŠTE U SPLITU
POMORSKI FAKULTET**

STUDIJ: POMORSKE TEHNOLOGIJE JAHTA I MARINA

**UTJECAJ DEPRESIJE, REFRAKCIJE I
PARALAKSE NA GREŠKU STAJNICE U
ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI**

DIPLOMSKI RAD

MENTOR:

Izv. prof. dr. sc. Zvonimir Lušić

STUDENT:

Ante Jurić (MB: 0171256378)

SPLIT, 2017.

SADRŽAJ

1. UVOD	1
2. POVIJEST ASTRONOMSKE NAVIGACIJE	3
2.1. POVIJESNI RAZVOJ INSTRUMENATA ZA MJERENJE VISINA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI.....	4
2.2. SEKSTANT.....	6
2.2.1. Optički princip sekstanta.....	8
2.2.2. Rukovanje sekstantom	10
2.2.3. Pogreške sekstanta	10
3. STAJNICA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI.....	13
3.1. ASTRONOMSKO NAUTIČKI SFERNI TROKUTI	13
3.2. MATEMATIČKI MODEL IDENTIFIKACIJE ZVIJEZDA	16
4. ISPRAVLJANJE IZMJERENIH VISINA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI	17
4.1. DEPRESIJA MORSKOG HORIZONTA.....	21
4.2. DEPRESIJA OBALNOG HORIZONTA	25
4.3. ASTRONOMSKA REFRAKCIJA.....	28
4.4. PARALAKSA.....	35
4.5. KOREKCIJA IZMJERENIH VISINA ZA PARALAKSU, DEPRESIJU I REFRAKCIJU	40
5. ZAKLJUČAK	45
LITERATURA	47
POPIS SLIKA	48

SAŽETAK

U ovom diplomskom radu obrađena je tema utjecaj depresije, refrakcije i paralakse na grešku stajnice u astronomskoj navigaciji. Astronomska navigacija se bavi pitanjima kako odrediti poziciju broda na otvorenom moru pomoću nebeskih tijela. Metode astronomske navigacije su matematičke koje iz pravilne izmjene položaja nebeskih tijela, omogućuju orijentaciju na otvorenom moru. U diplomskom radu pobliže će se objasniti što su to depresija, refrakcija i paralaksa te njihov utjecaj na grešku stajnice pri određivanju pozicije broda pomoću astronomske navigacije.

Ključne riječi: depresija, refrakcija, paralaksa, astronomska navigacija.

ABSTRACT

The topic was discussed in this graduate work the influence of dip of the horizon, refraction, and parallax status in astronomical navigation. Astronomical navigation deals with questions on how to determine the position of a ship on the open sea by means of celestial bodies. The methods of astronomical navigation are mathematical from the correct alteration of the position of celestial bodies, allowing for orientation in the open sea. In graduate work, it will be explained more precisely what these dip of the horizon, refractions and parallaxes are, and their impact on the defect of the station when determining the position of the ship using astronomical navigation.

Key words: dip of the horizon, refraction, parallax, astronomical navigation.

1. UVOD

Astronomska navigacija je jako stara vještina koja se bavi različitim metodama i pitanjima u svrhu kako bi se što lakše odredila i kontrolirala pozicija broda na otvorenome moru pomoću nebeskih tijela. U današnje vrijeme se za navigaciju koriste sustavi pozicioniranja kao što su: diferencijalni globalni sustav za pozicioniranje (engl. *Differential Global Positioning System - DGPS*), globalni pozicijski satelitski sustav (engl. *Global Positioning System – GPS*), hiperbolni sustavi, te se također koriste i ostali elektronički sustavi. Svi ovi sustavi imaju svoje uređaje na kopnu ili u orbiti oko Zemlje, a njih kontroliraju različite državne ili privatne institucije. Uvođenjem elektroničkih računala, gdje se dobilo na brzini i preciznosti računanja pomalo su se klasične metode kao što je astronomska navigacija pogubile u svijetu navigacije. Nebeska tijela nisu ovisna o monopolskom servisu globalnih sustava navigacije, pa bi tako svaki obrazovani pomorac trebao znati odrediti poziciju broda pomoću nebeskih tijela, kao što mora znati koristiti stari magnetski kompas kada zakaže žirokompas. Mora znati koristiti Sunce, Mjesec, četiri planeta (Jupiter, Saturn, Venera i Mars) i svjetlije zvijezde kako bi mogao odrediti i kontrolirati svoju poziciju broda na otvorenome moru.

Prije pojave elektroničkih navigacijskih sustava astronomska navigacija bila je jedini navigacijski sustav za određivanje pozicije broda na otvorenome moru, točnije u plovidbi gdje se ne vide terestrički objekti.

Astronomska navigacija je veoma širok pojam, ali u ovome diplomskome radu naglasak je na refrakciji, paralaksi i depresiji, te njihov utjecaj na grešku stajnice prilikom određivanja pozicije broda pomoću nebeskih tijela čije su visine izmjerene prikladnim instrumentom.

Rad je podjeljen na pet poglavlja.

Nakon uvodnog dijela prikazana je i opisana povijest astronomske navigacije, a posebno su razmotreni različiti instrumenti za mjerenje visina nebeskih tijela, s posebnim osvrtom na sekstant u poglavlju broj dva.

U trećem dijelu objašnjen je pojam stajnice i astronomsko nautičkog sfernog trokuta.

U četvrtom dijelu prikaza opisani su razlozi pri ispravljanju izmjerenih visina nebeskih tijela, a uvjetovani greškama depresije, paralakse i refrakcije, te njihova usporedba tablično i računski.

U posljednjem poglavlju iznijet će se zaključak.

2. POVIJEST ASTRONOMSKE NAVIGACIJE

Astronomska navigacija se spominje od prapovjesnih vremena. Ne zna se točno kada su se počele koristiti metode astronomske navigacije, ali u 14. stoljeću prije Krista spominje je legendarni grčki pjesnik Homer u Odiseji. Pri samim svojim počecima koristila se za vođenje broda od početne do završne točke. Prije nego li je došao kompas, ljudi su plovili samo u blizini obale. Drevne civilizacije su poznavale prividnu dnevnu vrtnju nebeske sfere, koja je posljedica Zemljine rotacije. Za te narode to je bila stvarna vrtnja nebeskih tijela oko središta svemira, u kojem je, prema njihovu vjerovanju, lebdjela Zemlja (geocentrični sustav svijeta)

Ljudi svih civilizacija su plovili morskim putevima. Poznati pomorci Feničani trgovali su po cijelom tada poznatom svijetu, plovili su Mediteranom i Crvenim morem, stigli do Ceylona, sjeverozapadne Španjolske, južne Engleske, a također su oplovili afrički kontinent. Prema najnovijim spoznajama fenička pomorska sila samo je nastavak starijeg, minojskog pomorstva s Krete, čak iz 12. stoljeća p.n.e. [1]

Stari Grci su bili vrsni moreplovci, koji su svoje vještine preuzeli od Feničana te su ih poslije usavršavali u području astronomske navigacije. Drevni znanstvenici iz Grčke koji su pridonijeli astronomiji bili su: Thales, Demokrit, Aristotel, Aristarh, Hiparh i Ptolomej. Thales je u 6. stoljeću p.n.e. preporučivao grčkim pomorcima da se orijentiraju i slijede smjer u plovidbi prema Malom Medvjedu, kao što su to radili Feničani, jer se Veliki Medvjed (najpoznatije zvijezde sjevernog neba), prema kojem su se Grci orijentirali, iako uočljiviji, vrti u većim kružnicama oko nebeske osi. Kormilareći prema Malom Medvjedu bolje se prati kurs.[1]

Islamska astronomija je bila karakteristična u srednjem vijeku. Pod time se podrazumjevaju svi astronomski testovi, otkrića i pojmovi ili dostignuća od početka 8. do 12. stoljeća, te je obuhvaćalo prostor Bliskog istoka, Sjevernu Afriku, Središnju Aziju te islamsku Indiju. Najpoznatiji islamski astronomi bili su: al – Battani, al – Biruni, Nasir al – Din i Ulugh beg. Islamski astronomi značajno su utjecali na susjedna područja odnosno doprinijeli su razvoju bizantske, zapadnoeuropske i kineske astronomije.

Početak 12. stoljeća u Europi su se počela prihvaćati arapska astronomska znanja, njihovi spisi su se počeli prevoditi na latinski jezik. Starogrčka astronomija je sadržavala važnija pravila za primjenu astronomije. Najpoznatiji europski astronomi bili su: Georg von Peurbach, Johannes Muller, Nikola Kopernik, Tycho Brahe, Galileo Galilei, William Herschel, James Bradley, James Cook, Johannes Kepler koji je ustanovio kako se planete gibaju oko Sunca. Svi njegovi zaključci su sažeti u tri Keplerova zakona. James Cook na svome prvom putovanju je imao astronomski sat (sat sa posebnim mehanizmom i brojčanicima za prikaz astronomskih podataka), dok je na svom drugom putovanju imao 4 kronometra. On je već tada mogao s puno većom preciznošću voditi navigaciju što je do tada bilo nemoguće.

Danas u vremenu kada je astronomija silno razvijena, skoro se može odgovoriti na fundamentalno pitanje: Kako je nastao svemir? Činjenice da se pomoću radioastronomski metoda mogu promatrati objekti koji su udaljeni i više od desetak milijardi svjetlosnih godina, znači da se može toliko milijardi godina gledati u prošlost. Danas se vide dijelovi svemira kakvi su bili prije 18 milijardi godina. Najnovije dostignuće koje unosi izmjene u čovjekova gledišta prema svijetu jest lansiranje u svemirski prostor satelita i svemirskih brodova s ljudskim posadama ili bez njih samo s instrumentima.

2.1. POVIJESNI RAZVOJ INSTRUMENTATA ZA MJERENJE VISINA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI

Gnomon je astronomski instrument, približno iz 2000. p.n.e., prvo su ga koristili Babilonci i Kinezi, s njim su skoro točno odredili nagib ekliptike¹. Gnomon se sastoji od štapa okomito zabijenog u zemlju i skalom na zemlji.[9] Jedan od najpoznatijih gnomona koji je visok 35,5m, nalazi se na Trgu svetog Petra u Rimu. Za određivanje visine Sunca potrebno je izmjeriti dužinu sjene gnomona, a zatim rješavanjem pravokutnog trokuta izračunati visinu Sunca nad horizontom. [5]

¹ Ekliptika je srednja ravnina Zemljine staze oko Sunca. Ekliptika je također i velika kružnica nebeske sfere koja nastaje presjekom srednje ravnine Zemljine staze oko Sunca i nebeske sfere, odnosno staza po kojoj oko Sunca kruži Zemlja. [4]

Kamal je astronomski instrument kojeg su prvo počeli upotrebljavati Arapi. Koristio se za određivanje visine Polarne zvijezde. To je uglavnom bila pravokutna ploča u središtu s pričvršćenim konopcem razdijeljenim na uzlove na određenim udaljenostima. [5]

Astrolab postoji iz osmog stoljeća kojeg su Arapi donijeli u Europu, njegova prva zabilježena korištenja na brodu su iz 1480., kao navigacijsko pomagalo. Astrolab se izrađivao u obliku okrugle drvene ili metalne ploče koja je na vanjskom luku sadržavala stupanjsku podjelu od 000° do 360° , a u središtu je bila pričvršćena vizura tako da je sličio današnjoj smjernoj ploči.[5]

Morski prsten je služio za mjerenje visina Sunca. Na samom vrhu masivnog željeznog obruča postavljao se prsten koji je služio za vješanje instrumenta, a 45° od vrha nalazio se mali otvor kroz koji su upadale sunčeve zrake nastupanjsku podjelu prstena. Otvor na prstenu je morao biti usmjeren prema Suncu kako bi mogao pravilno funkcionirati te je još imao prednost jer je imao precizniju stupanjsku podjelu. [4]

Kvadrant je jedan od najstarijih instrumenata za mjerenje visina nebeskih tijela. Napravljen je od trokutaste drvene ploče (kasnije metalne) s kružnim lukom od 90° koji predstavlja četvrtinu kruga po čemu je kvadrant i dobio ime. Na rubu su se nalazile smjernice za smjerenje.[5]

Jakobov štap je služio za mjerenje visina nebeskog tijela od morskog horizonta. Jakobov štap se sastojao od četverostranog drvenog štapa po kojem je klizio drugi, manji štap, okomit na prvi. Bila su tri do četiri manja (križna) štapa kojima su se mjerile veće ili manje visine, a za svaki takav križni štap bila je stupanjska podjela na jednoj stranici glavnog štapa.[5]

Davisov kvadrant je služio isključivo za mjerenje visine Sunca kojeg je izumio John Davis. Njegov prvi kvadrant sastojao se od štapa na kojeg se s gornje strane postavljao manji štap u obliku luka. Na donjoj strani luka pričvršćivao se okular, kroz kojeg se opazio vizir (lopatica) na kraju štapa. Pri mjerenju motritelj je leđa okretao Suncu, štap je usmjeravao prema horizontu tako da ga je s pravcem iz oka dodirivao s donjim dijelom lopatice.

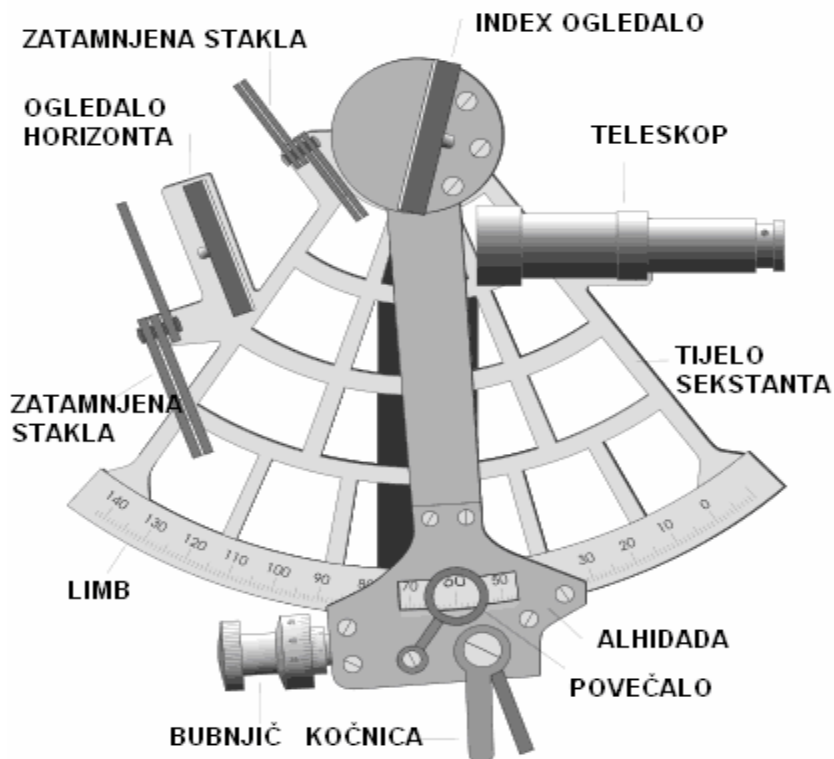
Prvi instrument s dva reflektirajuća zrcala je bio oktant. John Hadley postavlja 1733.godine, na svoj instrument libelu da bi se visine mogle mjeriti i kad se morski horizont ne vidi.

Sekstant je osnovni uređaj koji se koristi u astronomskoj navigaciji, koristi se kao instrument za mjerenje visina nebeskih tijela radi određivanja pozicije broda. U početku je imao kut od 45° , kasnije se taj kut povećao na 60° i tada je dobio naziv sekstant. Danas je taj kut nešto veći, ali je zadržao naziv sekstant.

2.2. SEKSTANT

Prvi sekstant sa stupanjskom podjelom od 120° napravio je 1757. godine John Bird. Jedan od najboljih izrađivača sekstanta bio je Jesse Ramsden. Njegovi sekstanti su se izrađivali od mjedi s lijepom izrađenom stupanjskom skalom. Jedan od njegovih najvećih uspjeha je dividing engine (sprava koja je dijelila stupanjsku skalu na stupnjeve i dijelove stupnjeva). Povećala se točnost sekstanta, te se nastavlja razvijati do sredine 19. stoljeća. Sekstant koji je bio dobro izrađen mogao je izdržati više od 50 godina korištenja.

Sekstant se koristi u terestričkoj i astronomskoj navigaciji. U terestričkoj navigaciji se koristi za mjerenje vertikalnih i horizontalnih kuteva. Svoju punu primjenu pronašao je u astronomskoj navigaciji. Dijelovi sekstanta su prikazani na slici 1.: zatamjena stakla, index ogledalo, ogledalo horizonta, teleskop, zatamjena stakla, tijelo sekstanta, limb, alhidada, bubnjić i kočnica. [9]



Slika 1. Sekstant [9]

Tijelo sekstanta je najčešće izrađeno od lakog metala, te ima oblik kružnog sektora. Na limbu se nalazi stupanjska podjela koja je ugravirana. Na desnoj strani je 0° limba, a na lijevoj strani je od nule do $120^\circ - 140^\circ$ što služi za očitavanje izmjereneog kuta. Na desnoj strani podjela je do -5° radi određivanja grešaka.

Malo je ogledalo učvršćeno vertikalno na tijelo sekstanta. Gornja polovina malog zrcala je prozirno staklo kroz koje svjetlosne zrake s objekta ili horizonta dolaze izravno u oko osmatrača. S druge polovine malog zrcala u oko osmatrača dolazi dvostruko odbijena zraka s velikog zrcala. Svijetla strana malog zrcala je okrenuta svijetloj strani velikog zrcala. Na poledini malog zrcala su dva vijka: gornjim se regulira okomitost malog zrcala na tijelo sekstanta, a donjim paralelnost velikog i malog zrcala.

Na tijelu sekstanta je ručka sa tri nožice. Alhidada je poluga koja se okreće oko osi i prolazi točno kroz središte kruga kružnog sektora tijela sekstanta. Na alhidadi iznad osi je

vertikalno učvršćeno veliko ogledalo. Okomitost velikog ogledala u odnosu na alhidadu i tijelo sekstanta se regulira vijkom na poledini velikog ogledala. Na drugom kraju alhidade je bubnjić s kočnicom. Okretanjem bubnjića pokreće se puž po pužnom vijencu limba. Jedan puni okret bubnjića odgovara pomaku alhidade za 1° . Indeks na prozorčiću alhidade omogućava očitavanje broja stupnjeva na podjeli limba, a minutna podjela bubnjića omogućava očitavanje minuta mjerenog kuta. Desetinke minuta se očitavaju na malom nonijusu pored bubnjića.[9]

Kočnica služi za zaustavljanje alhidade u određenom položaju. Otpuštena kočnica omogućava da se alhidada brzo zakreće (puž je udaljen od pužnog vijenca), a u položaju kočenja alhidada se pokreće bubnjićem (puž je uzubljen u pužnom vijencu). Na alhidadi se nalazi sijalica za osvjetljenje skale limba i bubnjića pri noćnoj upotrebi sekstanta. Baterija i prekidač za uključivanje osvjetljenja su u ručki sekstanta.

Zatamnjena stakla su ispred velikog i iza malog ogledala, a služe za ublažavanje svjetlosti prilikom mjerenja visine Sunca.

Kad se ne koristi, sekstant se sprema u drvenu kutiju u koju je smješten i pribor: igla za podešavanje okomitosti i paralelnosti ogledala, jelenja kožica i kist za čišćenje i koštano ulje za podmazivanje sekstanta. U kutiji je i tvornički atest s podacima o greški ekscentriciteta.

2.2.1. Optički princip sekstanta

Rad sekstanta se temelji na osnovnom zakonu optike o odbijanju svjetlosti: upadni kut je jednak kutu odbijanja, a upadna i odbijena zraka leže sa normalom u jednoj ravnini koja je okomito na ravninu refleksije.

180°. Današnji sekstanti omogućavaju mjerenje kutova od minus 5° do + 130°, a samo iznimno do + 145°.[9]

Postoje različite vrste sekstanta:

- na libelu,
- periskopski,
- radiosekstant, te
- fotoelektrični.

2.2.2. Rukovanje sekstantom

Sekstantom treba pažljivo rukovati. Iz kutije se vadi sa tri prsta lijeve ruke (za okvir), a desnom rukom se hvata za ručicu. Kad se ne upotrebljava, sekstant leži na nožicama ili u kutiji. Nakon svake upotrebe treba ga očistiti jelenjom kožicom i kistom, a posebno optiku ako je bila izložena prskanju mora. Isto tako sekstant ne treba previše izlagati suncu. Pužni vijenac, puž i ostale pokretne dijelove podmazivati povremeno. Baterija ne smije biti u ručici kad se ne koristi osvjetljenje.

Prilikom pospremanja u kutiju, alhidadu je potrebno staviti približno na sredinu limba, a zatamnjena stakla tako da se poklopac kutije može nesmetano zatvarati. Dijelovi sekstanta i pribor u kutiji moraju biti u svojim ležištima. Ostale upute za rukovanje treba proučiti iz dokumentacije za svaki sekstant.[9]

2.2.3. Pogreške sekstanta

Svaki sekstant ima stalne i promjenjive greške. Stalne greške su konstruktivne prirode i ne mogu se ispravljati. To su takozvane tvorničke greške.

Najveća stalna greška (ako se ne ošteti), je greška ekscentriciteta (K_e), a javlja se zbog toga što os limba nije u središtu kruga kružnog sektora sekstanta. Vrijednost greške ekscentriciteta daje proizvođač u atestu sekstanta, a ovisi o veličini kuta mjerenja. Ova greška nikad ne prelazi veličinu od $+1'$.

Druge stalne greške su:

- greška podjele limba i bubnjića,
- greška paralelnosti ogledala i zatamnjenih stakala, te
- greška teleskopa minimalne su i praktično ne postoje u suvremenih sekstanta.

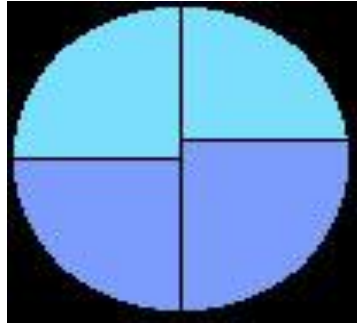
Promjenjive greške sekstanta su:

- greške okomitosti velikog i malog zrcala,
- greška paralelnosti zrcala i optičke osi durbina,
- greška paralelnosti velikog i malog zrcala kada je sve na 0 i
- greška indeksa.

Ove greške se mogu ispravljati.

Greška okomitosti ogledala se javlja kad veliko ogledalo nije okomito na alhidadu, a malo ogledalo na tijelo sekstanta (limb) već su od vertikalna nagnute za neki kut α . Prije svakog mjerenja ispituje se okomitost velikog ogledala.

Greške paralelnosti zrcala kada je sve na 0 se ispravljaju nakon ispravljanja okomitosti velikog i malog zrcala. Ostatak greške paralelnosti (kada su zrcala okomita) naziva se indeksna greška (K_i), prikazano na slici 3.[9]



Slika 3. Greška sekstanta [9]

Greška paralelnosti ako je manja od $5'$ ne ispravlja se, već se računski ispravlja izmjereni kut. Indeksna greška sekstanta se određuje okretanjem bubnjića, odnosno pomicanjem alhidade iz nultog položaja sve do trenutka kada direktna i odbijena slika horizonta ne bude u jednoj liniji.[9]

Optička os durbina nije paralelna s ravninom limba, ako postoji zavrtanj na nosaču durbina, astronomskim durbinom opaža se horizont ili dva daleka predmeta.

3. STAJNICA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI

Stajnica je geometrijsko mjesto točaka gdje se nalazi pozicija broda. Za dobiti stajnicu potrebne su minimalno 2 stajnice. Pozicija s dvije stajnice je manje točna pa se najčešće određuje s tri stajnice. Kružnica položaja na Mercatorovoj karti predočuje se krivuljom sličnom elipsi, sinusoidi ili paraboli. U praksi se najčešće crta samo dio ovih krivulja, tj. dio koji se može zamijeniti pravcem. Presjek dvaju crta geometrijskih mjesta (stajnica) sveden na isti trenutak i mjesto daju točku pozicije. Teorijski, sve stajnice svedene na isti trenutak i mjesto morale bi se sjeći u jednoj točki, što u praksi nije moguće zbog navigacijskih greški.

U astronomskoj navigaciji postoje dvije metode određivanja pozicija, a to su izravne i neizravne metode:

- Izravne metode (dvije kružnice položaja sijeku se u dvije točke. Jedna od njih je pozicija broda. Zadatak bi se najbrže i najjednostavnije riješio kad bi se mogle te kružnice nacrtati na zemaljski globus, međutim, to nije praktično) i
- neizravne metode (u neizravne metode određivanja položaja broda u astronomskoj navigaciji ubrajaju se one u kojima se računanje zemljopisnih koordinata ostvaruje posredno, preko pomoćnih veličina, bilo grafički ili računski. Od svih neizravnih metoda danas se gotovo bez izuzetka upotrebljava visinska metoda. Postupak se svodi na određivanje stajnica od više nebeskih tijela, bilo istovremenim opažanjem ili u razmaku vremena).[1]

3.1. ASTRONOMSKO NAUČIČKI SFERNI TROKUTI

Trokut PZΣ čiji su vrhovi nebeski pol, zenit i nebesko tijelo zove se prvi astronomsko sferni trokut ili astronomsko – pozicijski sferni trokut što je prikazano na slici 4.

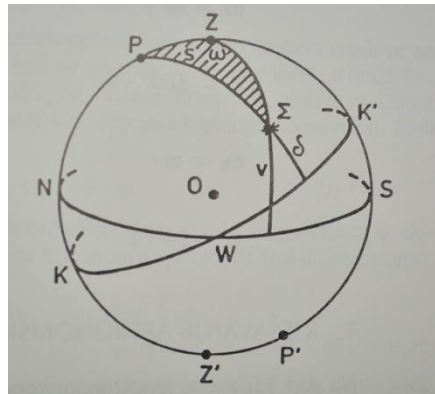
Kutovi su:

ω = kut u zenitu,

s = kut u polu,

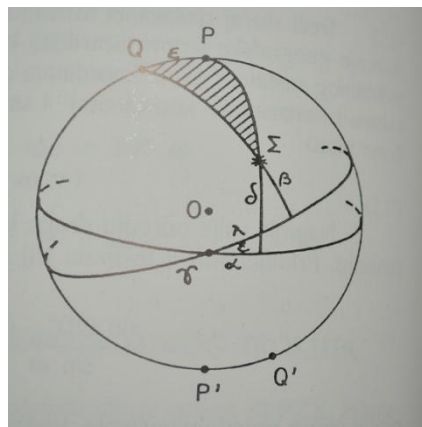
$\sphericalangle \Sigma =$ kut u nebeskom tijelu.

Kutovi s i ω su kutovi koji su manji od 180° , te definiraju azimut i satni kut promatranog nebeskog tijela. Kada je nebesko tijelo na zapadnoj strani nebeske sfere kao što je prikazano na slici 4., tada je stvarni azimut jednak $360^\circ - \omega$, dok je satni kut jednak kutu s . [2]



Slika 4. Prvi astronomsko nautički sferni trokut [3]

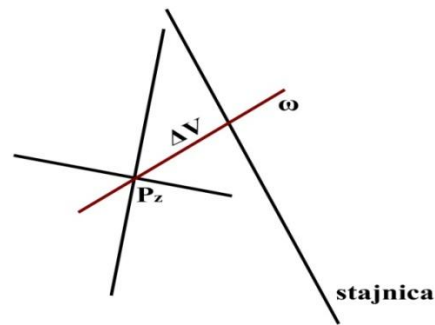
Trokut $PQ\Sigma$ zove se drugi astronomsko sferni trokut sa središtem u točki O što je prikazano na slici 5. Točke P i P' su nebeski polovi, a točke Q i Q' su polovi ekliptike. Njegove stranice su komplement deklinacije, komplement ekliptičke širine i priklon ekliptike prema ekvatoru. Na slici 5., može se vidjeti da je kut u nebeskom tijelu $P = 90^\circ + \alpha$ a kut u polu ekliptike je $Q = 90^\circ - \lambda$, gdje je $\alpha < 90^\circ$, te $\lambda < 90^\circ$. [2]



Slika 5. Drugi astronomsko nautički sferni trokut [3]

Temelj pozicioniranja je da se za zbrojenu poziciju i poznato vrijeme računaju horizontske koordinate, tj. visina i azimut. Uspoređujući dobivene koordinate s opaženom

visinom i azimutom računa se pomak stajnice od zbrojene pozicije. Na slici broj 6., prikazan je pomak stajnice od zbrojene pozicije.



Slika 6. Pomak stajnice od zbrojene pozicije [5]

gdje je:

$$\Delta V = V_p - V_R$$

V_p - visina prava

V_R - visina računata

Formula za azimut i visinu su dane sljedećim izrazima:

$$\sin V = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos s \quad (1)$$

$$\cos \omega = \frac{\sin \delta - (\sin \varphi \cdot \sin v)}{\cos \varphi \cdot \cos V} \quad (2)$$

gdje su:

- δ deklinacija,
- s mjesni satni kut,
- φ zemljopisna širina,;
- V visina, te
- ω azimut.

3.2. MATEMATIČKI MODEL IDENTIFIKACIJE ZVIJEZDA

Kod identifikacija zvijezda poznata je visina nebeskog tijela, zemljopisna širina zbrojene pozicije i azimut.

Izrazi za deklinaciju i satni kut su sljedeći:

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \sin V + \cos \varphi \cdot \cos V \cdot \cos \omega \quad (3)$$

$$\cos s = \frac{\sin V \cdot \sin \varphi \cdot \sin \delta}{\cos \varphi \cdot \cos \delta} \quad (4)$$

Kad se računa po formulama i logaritmima, treba paziti na predznake. Za prijelaz s mjesnih na nebeske koordinate ekvatorskoga koordinatnog sustava, tj. za izračun surektascenzije služi izraz:

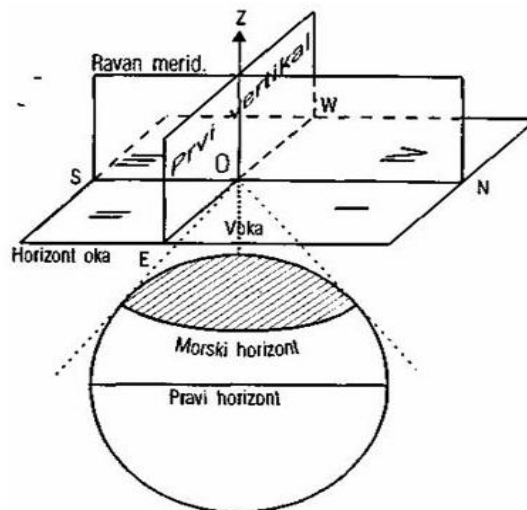
$$360^\circ - \alpha = s - s_\gamma \quad (5)$$

Mjesni satni kut nebeskog tijela (s) i mjesni satni kut proljetne točke (s_γ) računaju se kružno od 000° do 360° preko zapada.

4. ISPRAVLJANJE IZMJERENIH VISINA U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI

Visine nebeskih tijela mjere se pomoću sekstanta. Kako bi se točno bez grešaka odredila visina nebeskog tijela potrebno je napraviti ispravke za refrakciju, paralaksu i depresiju. Kut između pravog astronomskeg horizonta i središta nebeskog tijela naziva se visina nebeskog tijela. Ravnina pravog horizonta prolazi središtem Zemlje, a promatrač se nalazi u blizini njezine površine. Da se oko promatrača nalazi u ravnini površine mora ravnina morskog horizonta bila bi usporedna s ravninom pravog horizonta. Kako to nije tako te dvije ravnine nisu usporedne.[4]

Ispravljanje visine nebeskog tijela je svođenje izmjerenih vrijednosti na one vrijednosti koje bi se dobivale mjerenjem ako bi se visina nebeskog tijela promatrala iz središta Zemlje, i ako Zemlja ne bi imala atmosferu. Na slici broj 7., prikazan je morski horizont i pravi horizont.



Slika 7. Morski i pravi horizont [14]

Bit astronomske navigacije je u određivanju položaja na osnovi opažanja nebeskih tijela. Za to su potrebni instrumenti (kutomjeri) i pomagala (razne karte, publikacije i priručnici kao što su efemeride² i astronomske tablice³). [1]

² Efemeride (grč. ἐφημερίς, dnevnik) - astronomske tablice, odnosno proračuni geocentričnih mjesta nekog nebeskog tijela u određenim vremenskim intervalima na temelju poznavanja njegove putanje.

Pravi ili astronomski horizont je horizontalna ravnina, koja prolazi kroz središte Zemlje gdje se sa nebeskom sferom siječe po velikoj kružnici (kružnica prolazi kroz točke zenita i nadira).

Morski horizont je kružnica koja na morskoj površini ograničava vidik, tj kružnica koja razdvaja more od neba.

Umjetni horizont je materijalizirana ravnina koja odgovara horizontu oka. Koristi se u mjerenju visina nebeskih tijela, kada nije moguće vidit morski horizont.

Postoje 4 glavne točke horizonta a to su: [12]

- sjeverna točka, u presjeku horizonta sa nebeskim meridijanom, bliža sjevernom nebeskom polu,
- južna točka, u presjeku horizonta s nebeskim meridijanom, bliža južnom nebeskom polu),
- zapadna točka, u presjeku horizonta i nebeskog ekvatora, na 090° od sjeverne točke, u retrogradnom smjeru), i
- istočna točka, u presjeku horizonta i nebeskog ekvatora, na 270° od sjeverne točke, u retrogradnom smjeru).

Kako bi se dobila idealna visina nebeskog tijela promatrač bi se trebao nalaziti u središtu zemlje bez atmosfere, te imati iznimno precizan sekstant i mjeriti visinu središta nebeskog tijela. U stvarnosti položaj je na površini zemlje s atmosferom, mjeri se sekstantom koji ima greške, primjerice mjeri se donji rub sunca. Ispravci su sljedeći:

- nesavršenost sekstanta,
- korekcija (greška) indeksa,
- korekcija ekscentriteta,
- depresija morskog horizonta (\mathbf{dep}_m),
- refrakcija (\mathbf{r}),

³Vrste astronomskih tablica su slijedeće: Tablice koje za podlogu imaju pravokutne sferne trokute: tablice tipa S i tablice tipa Z, tablice sa drugim pomoćnim trokutima, tablice gotovih rezultata visine i azimuta nebeskih tijela, te tablice za proračunavanje pozicije promatranjem dva ili više nebeskih tijela.

- paralaksa (Π), te
- polumjer sunca ili mjeseca.[4]

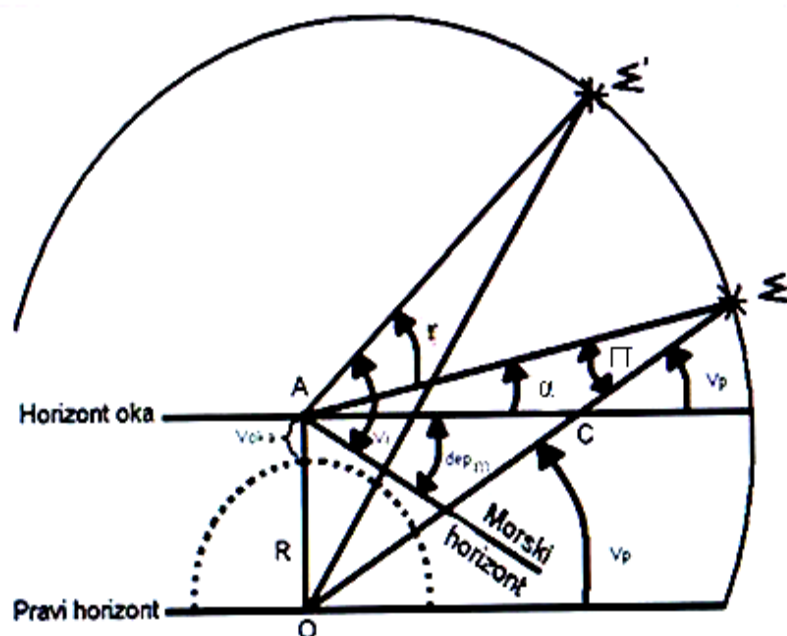
Međutim, postoje i druge greške koje se za potrebe određivanja pozicije broda većinom zanemaruju: [5]

- radijus nebeskih tijela,
- augment,
- iradijacija,
- korektura za fazu,
- nestandardni uvjeti atmosfere,
- razlika temperature zraka i mora,
- koriolisova sila,
- greška zbog akceleracije, te
- odklon od vertikale.

Oko promatrača ne nalazi se u razini morske površine, već za određenu vrijednost iznad nje koja uzrokuje pogrešku tzv. depresija morskog horizonta.

Deformacije svjetlosne zrake pri prolazu kroz Zemljinu atmosferu uzrokuju pogreške koje se nazivaju refrakcija. Obzirom kako se visina nebeskog tijela mjeri iz blizine površine Zemlje ali ne iz njezinog središta, to uzrokuje pogrešku koja se naziva paralakse nebeskog tijela.

Utjecaj depresije morskog horizonta, refrakcije i paralakse nebeskog tijela prikazan je na slici 8. Nebesko tijelo nalazi se na položaju Σ . Zbog utjecaja refrakcije promatrač ga vidi u položaju Σ' . Oko promatrača nalazi se u točki A i vidi morski horizont koji je označen pravcem put morskog horizonta. Prava visina nebeskog tijela je kut u središtu Zemlje V_p i to je kut koji odgovara kutu u točki C. Izmjerena visina je kut V_i .



Slika 8. Utjecaj pogrešaka na izračun visine prave nebeskog tijela [12]

Iz slike se sada može izračunati odnos između V_i , dep_m i r , tj. između izmjerene visine nebeskog tijela, depresije morskog horizonta i refrakcije. Opaža se visina izmjerena (V_i), a trebala bi se opažati visina V_p .

$$V_i = dep_m + \alpha + r \quad (6)$$

Iz crteža je vidljivo tada:

$$\alpha = V_i - dep_m - r \quad (7)$$

Iz trokuta $A\Sigma C$ se može primijetiti kako je visina prava (V_p) zbroj kuta alfa (α) i paralakse (Π) nebeskog tijela:

$$\alpha + \Pi + (180^\circ - V_p) = 180^\circ \rightarrow (180^\circ - V_p) \text{ je kut u C}$$

$$\alpha + \Pi = V_p \quad (8)$$

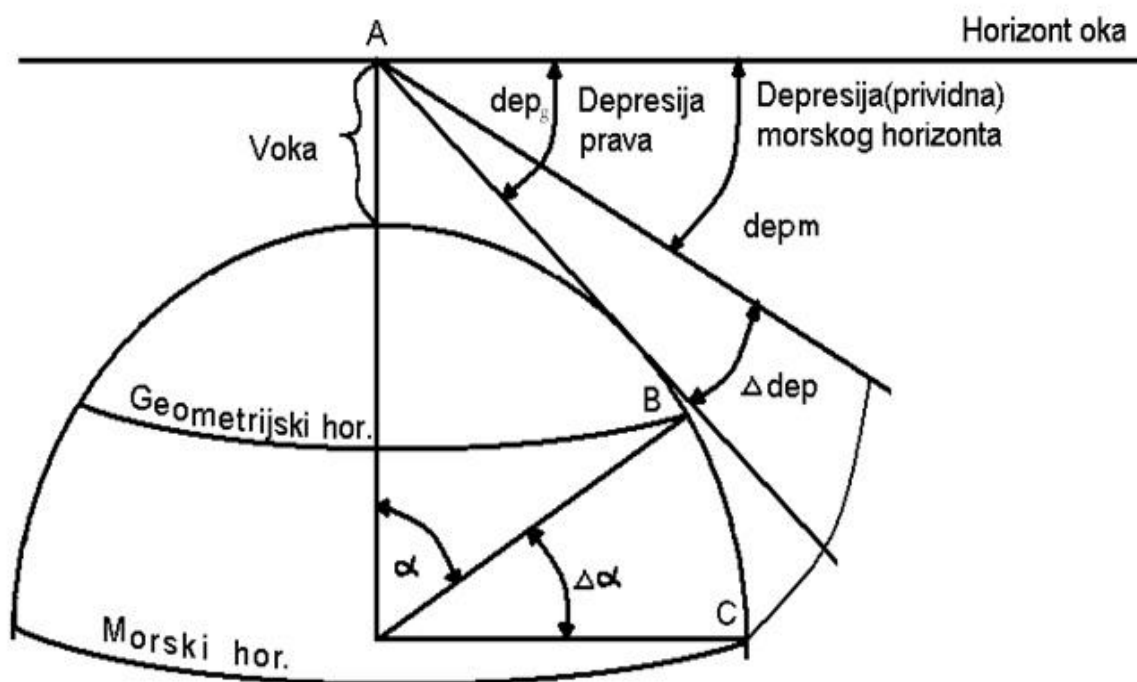
Ako se usporede vrijednosti izraza (7) i (8) tada se može izračunati odnos između visine izmjerene (V_i) i visine prave (V_p):

$$V_p = V_i - \mathbf{dep}_m - r + \Pi \quad (9)$$

Utjecaj depresije, refrakcije i paralakse dovodi do greške izmjerenih visina nebeskih tijela, te kako bi se dobila prava visina (V_p) nebeskog tijela moraju se oduzeti vrijednosti depresije (\mathbf{dep}_m) i refrakcije (r) od izmjerene visine, a paralakse (Π) zbrojiti na izmjerenu visinu.[4]

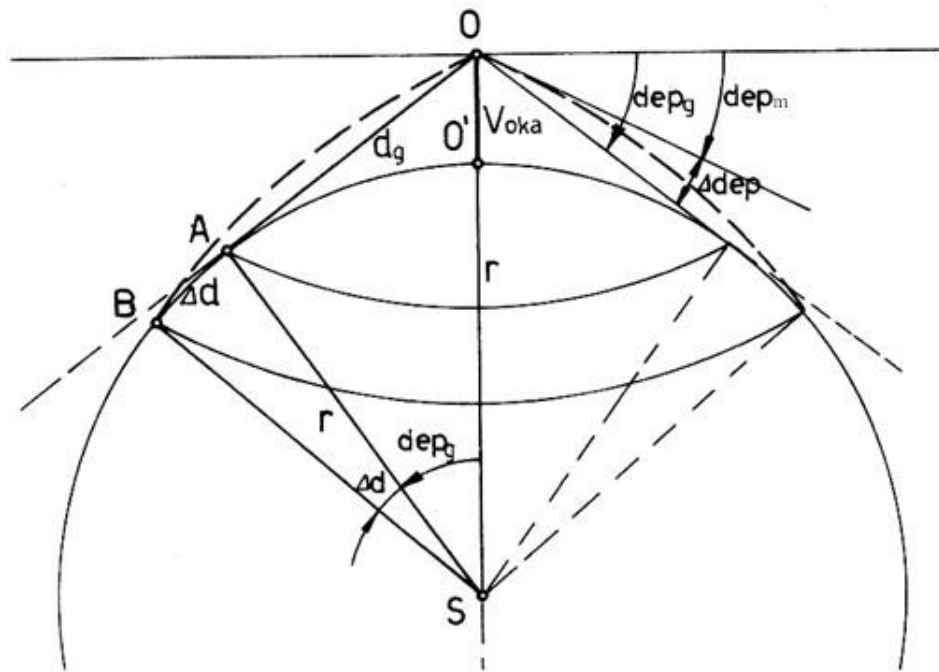
4.1. DEPRESIJA MORSKOG HORIZONTA

Depresija dolazi od latinske riječi *depressio* što znači pritisnuti, utisnuti, a u astronomiji to je položaj nebeskog tijela ispod neke vodoravne ravnine. Izražava se kutom. Zbog Zemljine zaobljenosti promatrač na nekoj nadmorskoj visini obzor vidi niže za kut depresije, a zbog utjecaja atmosfere – loma svjetlosti u atmosferi, taj je kut nešto manji nego što bi bio da atmosfere nema. Zbog loma svjetlosne zrake prolaskom kroz Zemljinu atmosferu razlikujemo pravu i prividnu depresiju, prikazano na slici broj 9. [11]



Slika 9. Geometrijski i morski horizont [12]

Prolaskom kroz atmosferu svjetlosna zraka se lomi zbog refrakcije, te će opažać imati veći horizont i manju depresiju, a taj horizont se naziva morski horizont. [4]



Slika 10. Depresija [5]

Izvod za depresiju geometrijskog horizonta je: [4]

$$dg^2 = (r + Voka)^2 - r^2$$

$$dg^2 = r^2 + 2 \cdot r \cdot Voka - r^2 = 2 \cdot r \cdot Voka \cdot \left(1 + \frac{Voka}{2 \cdot r}\right) \quad (10)$$

Kako je $2r \gg Voka$, te $r \cdot Voka^2$ teži 0, dobiva se

$$dg = \sqrt{2 \cdot r \cdot Voka} \quad (11)$$

Za $r = 6\,366\,729\text{m}$ $dg = 3568.397 \cdot Voka(\text{m})$, odnosno

$$\text{tgdep}_g = \frac{dg}{r} \quad (12)$$

Kako je dep_g vrlo mali kut, izraz tg dep_g može se zamijeniti izrazom $\text{dep}_g \cdot \text{tg}1'$, pa slijedi:

$$\text{tgdep}_g = \frac{\sqrt{2 \cdot r \cdot Voka}}{r \cdot \text{tg}1'} \quad (13)$$

Kako $r \cdot \text{tg}1'$ teži jedan, konačan izraz za depresiju geometrijskog horizonta je:

$$\text{depg} = 1,93 \cdot \sqrt{V_{\text{OKA}}} \quad [\text{minute}] \quad (14)$$

$$V_{\text{OKA}} = \text{u metrima}$$

Kut što ga čini horizont oka s tangentom na radijus Zemlje naziva se depresijom geometrijskog horizonta (ili dubinom horizonta).

$$dm = dg + \Delta d = dg + 0,08 \cdot dg = 1,08 \cdot dg \quad (15)$$

$$d = 2,081 \cdot \sqrt{V_{\text{OKA}}} \quad (16)$$

$$V_{\text{OKA}} = \text{u metrima}$$

Udaljenost morskog horizonta može se dobiti na dva načina: a) NT – 11 i b) računski pomoću formula.

a) Tablice NT – 11 iz Nautičkih tablica u izdanju HHI.

UDALJENOST MORSKOG HORIZONTA							
Visina oka u metrima	Daljina u M	Visina oka u metrima	Daljina u M	Visina oka u metrima	Daljina u M	Visina oka u metrima	Daljina u M
0'5	1'47	15'5	8'19	31	11'59	72	17'66
1'0	2'08	16'0	8'32	32	11'77	74	17'90
1'5	2'55	16'5	8'45	33	11'95	76	18'14
2'0	2'94	17'0	8'58	34	12'13	78	18'38
2'5	3'29	17'5	8'71	35	12'31	80	18'61
3'0	3'60	18'0	8'83	36	12'49	82	18'85
3'5	3'89	18'5	8'95	37	12'66	85	19'19
4'0	4'16	19'0	9'07	38	12'83	90	19'74
4'5	4'41	19'5	9'19	39	13'00	95	20'28
5'0	4'65	20'0	9'31	40	13'16	100	20'81
5'5	4'88	20'5	9'42	41	13'32	110	21'82
6'0	5'10	21'0	9'54	42	13'49	120	22'80
6'5	5'31	21'5	9'65	43	13'65	130	23'73
7'0	5'51	22'0	9'76	44	13'80	140	24'62
7'5	5'70	22'5	9'87	45	13'96	150	25'49
8'0	5'89	23'0	9'98	46	14'11	160	26'32
8'5	6'07	23'5	10'09	47	14'27	170	27'13
9'0	6'24	24'0	10'19	48	14'42	180	27'92
9'5	6'41	24'5	10'30	49	14'57	190	28'68
10'0	6'58	25'0	10'40	50	14'71	200	29'43
10'5	6'74	25'5	10'51	52	15'01	250	32'90
11'0	6'90	26'0	10'61	54	15'29	300	36'04
11'5	7'06	26'5	10'71	56	15'57	400	41'62
12'0	7'21	27'0	10'81	58	15'85	500	46'53
12'5	7'36	27'5	10'91	60	16'12	600	50'97
13'0	7'50	28'0	11'01	62	16'39	700	55'06
13'5	7'65	28'5	11'11	64	16'65	800	58'86
14'0	7'79	29'0	11'21	66	16'91	900	62'43
14'5	7'92	29'5	11'30	68	17'17	1000	65'80
15'0	8'06	30'0	11'40	70	17'41	1852	89'55

Slika 11. Tablica 11 HHI, udaljenost morskog hrizonta [6]

b) računski pomoću formula (16)

Koeficijent 2,081 je određen za srednju vrijednost zemaljske refrakcije. Određivanje udaljenosti morskog horizonta koristi se za određivanje udaljenosti do objekta čiji se vrh tek pojavljuje ili iščezava na horizontu. Udaljenost broda od objekta je u

idealnoj situaciji zbroj udaljenosti morskog horizonta objekta i morskog horizonta osmatrača.

Ulazni element za određivanje udaljenosti morskog horizonta jest:

V_{oka} – visina oka u metrima

d – dobivena udaljenost morskog horizonta izražena u nautičkim miljama. Dobivenu udaljenost u metrima treba promatrati kao približnu vrijednost kada meteorološke prilike ne odgovaraju onim uvjetima za koje su u nautičkim tablicama riješene. [4]

Udaljenost morskog horizonta od geometrijskog horizonta veća je oko 8% a vrijedi za normalne atmosferske uvjete (normalni atmosferski uvjeti: +10°C, 1013 hPa, relativna vlažnost 10% na razini mora).[4]

Depresija morskog horizonta, tj. stvarna depresija (pri normalnim atmosferskim uvjetima) iznosi:

$$\begin{aligned} dep_m &= dep_g - \Delta d = dg - 0,08 \cdot dg = 0,92 \cdot dg \\ dep_m &= 1,77 \cdot \sqrt{V_{OKA}} \end{aligned} \quad (17)$$

Veličina depresije uvijek je u funkciji visine oko osmatrača. Ako se brod valja ili radi posrtanje na valovima automatski se mijenja i visina oka osmatrača, a samim time mijenja se i vrijednost depresije. Kako bi pogreška u opažanjima bila što manja, poželjno je da se u takvim uvjetima visina mjeri s pozicije što bliže sredini broda.[5]

**DRUGI POPRAVAK VISINE
ZA VISINU OKA**

28

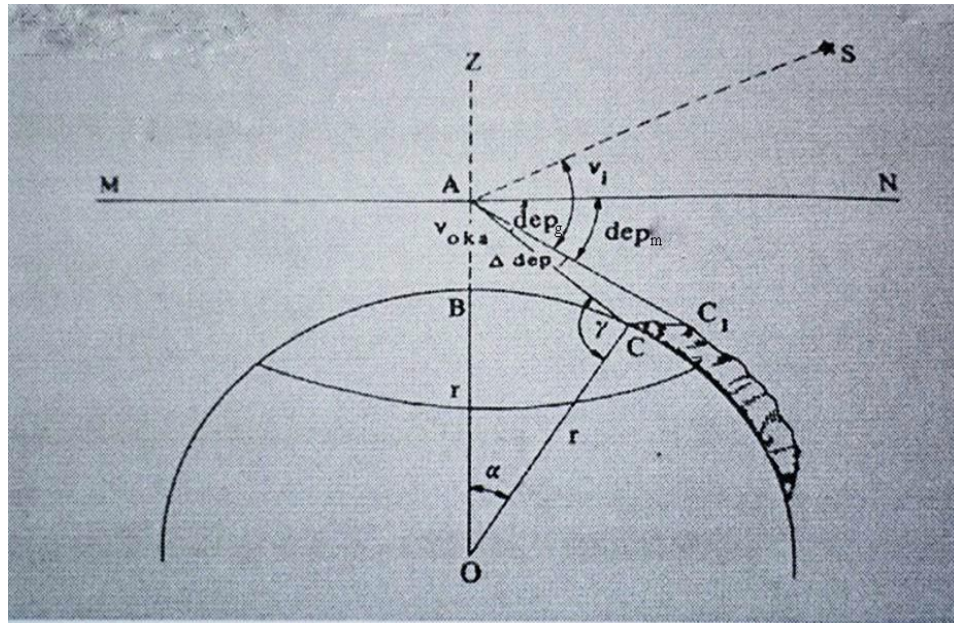
Visina oka	depresija	Visina oka	depresija
Metara	'	Metara	'
0.5	- 1.3	18	7.5
1.0	1.8	19	7.7
1.5	2.2	20	7.9
2.0	2.5	21	- 8.1
2.5	2.8	22	8.3
3.0	- 3.1	23	8.5
3.5	3.3	24	8.7
4.0	3.5	25	8.9
4.5	3.8	26	- 9.0
5.0	3.9	27	9.2
5.5	- 4.1	28	9.4
6.0	4.3	29	9.6
6.5	4.5	30	9.7
7.0	4.7	50	- 12.6
7.5	4.9	75	15.4
8.0	- 5.0	100	17.7
8.5	5.2	125	19.9
9.0	5.3	150	21.8
9.5	5.4	175	- 23.5
10	5.6	200	25.1
11	- 5.9	250	28.1
12	6.1	300	30.8
13	6.4	350	33.2
14	6.6	400	- 35.5
15	6.9	450	37.7
16	- 7.1	500	39.7
17	7.3	600	43.5

Slika 12. Nautička tablica broj 28 [5]

Na slici broj 12., prikazan je izvadak iz nautičkih tablica broj 28. U NT-28 ulazi se s podatkom visine oka i po potrebi se radi i interpolacija ukoliko je visina oka veća od 30 metara. Vrijednost depresije očitana iz NT-28 je negativna.

4.2. DEPRESIJA OBALNOG HORIZONTA

U određenim okolnostima, kad se primjerice plovi u blizini obale koja nije dobro označena (svjetionicima ili svjetlima), može biti potrebno odrediti položaj nekom od astronomskih metoda, a horizont može biti zastrt obalom. U tom se slučaju visina nebeskog tijela može uzeti od crte obalnog horizonta. Depresija se tada može izračunati iz izraza sa slike 13.:



Slika 13. Depresija obalnog horizonta[4]

Izvođenje formule za depresiju obalnog horizonta:

Iz OAC pomoću sinusovog pravila može se naći:

$$OC:AC = \sin(90^\circ - dep_g) \quad (18)$$

Sin γ se zamjenjuje u $\gamma = 180^\circ - (\alpha + 90^\circ - dep_g) = 90^\circ - (\alpha - dep_g)$

$$OC = r$$

$$OA = (r + V_{OKA})$$

$$r: (r + V_{OKA}) = \cos dep_g : \sin[90^\circ - (\alpha - dep_g)]$$

$$r: (r + V_{OKA}) = \cos dep_g : \cos(\alpha - dep_g)$$

Vrijednost $\cos dep_g : \cos(\alpha - dep_g)$ može se napisati:

$$\frac{\cos(\alpha - dep_g)}{\cos dep_g} = \frac{r + V_{OKA}}{r}$$

Vrijednost $\cos(\alpha - dep_g)$ može se napisati:

$$\frac{\cos \alpha \cdot \cos dep_g + \sin \alpha \cdot \sin dep_g}{\cos dep_g} = 1 + \frac{V_{OKA}}{r} \quad (19)$$

$$\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \operatorname{tg} dep_g = 1 + \frac{V_{OKA}}{r} \quad (20)$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (21)$$

$$\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} dep_g = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{V_{OKA}}{r} \quad (22)$$

Obzirom da su α i dep_g izrazito male vrijednosti, izrazi $\sin \alpha$ i $\operatorname{tg} dep_g$ mogu se i pojednostaviti:

$$\sin \alpha = \alpha \sin 1'$$

$$\operatorname{tg} dep_g = \frac{\sin dep_g}{\cos dep_g}$$

Obzirom kako je $\cos dep_g = 1$

$\sin dep_g = dep_g \sin 1'$, isto tako može se i

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{\alpha}{2} \right)^2 \cdot \sin^2 1' = \frac{\alpha}{4} \cdot \sin^2 1'$$

$$\alpha \cdot \sin 1' \cdot dep_g \sin 1' = 2 \frac{\alpha^2}{4} \cdot \sin^2 1' + \frac{V_{OKA}}{r} \quad (23)$$

Rješavajući prema nepoznatoj vrijednosti dep_g , dobiva se:

$$dep_g = \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{r \sin^2 1'} \cdot \frac{V_{OKA}}{\alpha} \quad (24)$$

$\frac{1}{r \sin^2 1'}$ je stalna veličina i ona iznosi 1,856'. Zamjenom ove vrijednosti u formuli (24) i zamjenom α sa d , dobiva se konačna formula za pravu depresiju na obalnom horizontu:

$$dep_g = 1,856 \frac{V_{OKA}}{d} + 0,5' \cdot d \quad (25)$$

Na slici 13., vidi se kako je $dep_m = dep_g - \Delta dep = dep_g - \gamma dep_g =$

$$dep_g = 1,856 \frac{V_{OKA}}{d} + 0,5 - 0,08' \cdot d \quad (26)$$

Konačno, dobije se prava formula za prividnu depresiju na obalnom horizontu:

$$dep_m = 1,856 \frac{V_{OKA}}{d} + 0,42 \cdot d \quad (27)$$

Gdje je:

d - udaljenost broda od dijela obale od kojeg je mjerena visina nebeskog tijela.

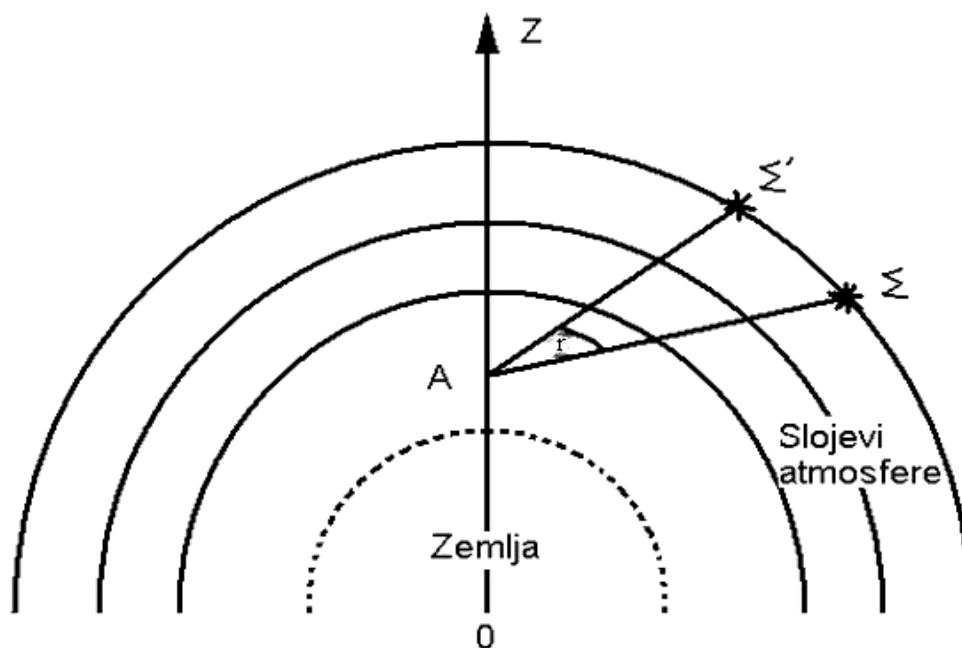
Visinu treba mjeriti sa što nižeg položaja na brodu. Radi ispravljanja visine nebeskog tijela izmjerene od crte obalnog horizonta koriste se nautičke tablice broj 36.

4.3. ASTRONOMSKA REFRAKCIJA

Riječ refrakcija dolazi iz latinskog rječnika te znači promjenu smjera valnog gibanja. Svjetlosne zrake sa nebeskog tijela prolaze kroz zemljinu atmosferu i postepeno mjenjaju smjer prelazeći iz rjeđe u gušću sredinu pa oko promatrača prividno vidi tijelo na većoj visini nego što je u stvarnosti. Kut između početnog i konačnog pravca zove se astronomska refrakcija. Ona ovisi o tlaku, temperaturi i ostalim meteorološkim uvjetima.[1]

Astronomska refrakcija može se definirati i kao kut između pravca prema stvarnom položaju nebeskog tijela (pravi položaj) i pravca uzduž kojeg se vidi nebesko tijelo (prividni položaj).[5]

Na slici broj 14., prikazana je astronomska refrakcija koja nastaje zbog loma svjetlosne zrake pri prolasku kroz atmosferu Zemlje. Promatrač vidi nebesko tijelo na pogrešnome mjestu zbog skretanja prema okomici promatrača.[4]



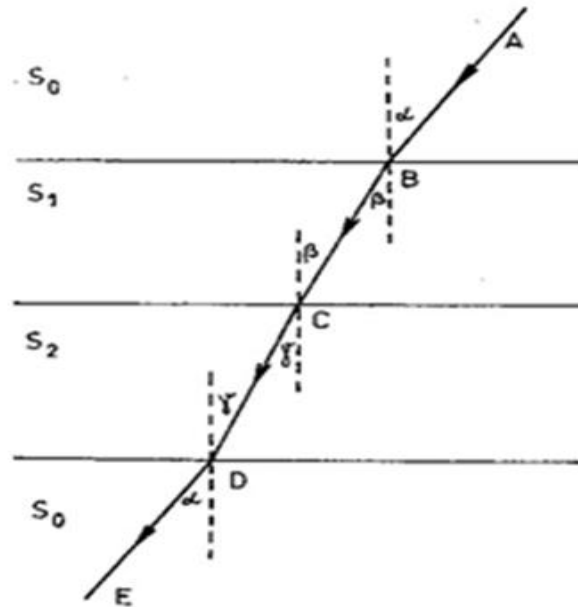
Slika 14. Astronomska refrakcija nastaje zbog loma svjetlosne zrake pri prolasku kroz atmosferu Zemlje[4]

Na slici je atmosfera Zemlje shematski prikazana u tri sloja različitih gustoća, oko opažača **A**. Zraka svjetla s nebeskog tijela **Z** dolazi iz optički rjeđeg medija i lomi se prema okomici. Dolaskom u idući sloj, prelazi u sloj s još gušćim medijem i ponovno se lomi prema okomici. r je najveća za tijela na horizontu pa za $v < 10^\circ$ moramo vršiti dodatne korekcije. U praksi treba izbjegavati tijela visine ispod 20° [3]

Fizikalne značajke atmosfere i visina utječu na vrijednost refrakcije odnosno, zenitne udaljenosti promatranog nebeskog tijela. Astronomska refrakcija se temelji na zakona o lomu svjetlosti, a oni su sljedeći:[4]

- Upadna zraka, lomljena zraka i okomica na granici dvaju sredstva leže u istoj ravnini,
- omjer sinusa upadnog kuta i kuta loma je konstantan i ovisan je o optičkim svojstvima tih sredstava i
- kada zraka svjetlosti prelazi iz optički rjeđeg sredstva u optički gušće sredstvo lomi se na granici sredstava prema okomici podignutoj u upadnoj točki na toj granici. Obrnuto, kad prelazi iz optički gušćeg sredstva u optički rjeđe sredstvo, lomi se od okomice.

Na slici broj 15., prikazan je lom zraka svjetlosti.



Slika 15. Lom zraka svjetlosti [3]

Gdje su α, β, γ - upadni kutovima,

S_0, S_1, S_2 - sredstva različite gustoće,

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_1 n_0 - \text{indeks loma refrakcije,}$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = n_2 n_1 - \text{indeks loma za sredstva } S_1 \text{ i } S_2,$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n_2 n_0 - \text{indeks loma za sredstvo } S_0 \text{ i } S_2.$$

Prema zakonu loma svjetlosti te uz pretpostavku da je vakum izvan zemljine atmosfere, može se pisati:[4]

$$\frac{\sin z}{\sin z'} = n_0.$$

Kako je $z = r + z'$ slijedi:

$$\frac{\sin(r + z')}{\sin z'} = n_0 \quad \text{odnosno}$$

$$\sin r \cdot \cos z' + \cos r \cdot \sin z' = n_0 \cdot \sin z'. \quad (28)$$

r je vrlo male vrijdnosti pa se može pisati $\cos r = 1$ i $\sin r = r \cdot \sin 1$ pa slijedi:

$$r \cdot \sin 1 \cdot \cos z' + \sin z' = n_0 \cdot \sin z',$$

$$r'' = \frac{n_0 - 1}{\sin 1''} \cdot \operatorname{tg} z' \quad (29)$$

Izraz koji je dobiven može se jednostavnije pisati:

$$r'' = k \cdot \operatorname{tg} z' = k \cdot \operatorname{ctgv} \quad (30)$$

Kao što je prikazano, astronomska refrakcija ovisi o visini nebeskih tijela, a najveća je za ona tijela koja se nalaze u ravnini horizonta kad iznosi 34,5'. Zbog utjecaja refrakcije ne opažaju se nebeska tijela čija je visina manja od 15°, a Sunčev ili Mjesečev disk u trenutku izlaska ili zalaska ima spljošten (elipsasti) oblik.

Točniju formulu za refrakciju moguće je dobiti ako se zemljina atmosfera podijeli u veliki broj slojeva različite gustoće, te da se svaki prijelaz jednog u drugi sloj računa promjena refrakcije. Tada je ukupna refrakcija:[5]

$$\sum_{k=1}^n \Delta r_k$$

Kada broj slojeva ide u beskonačnost astronomska refrakcija iznosi:

$$r = \int_1^{n_0} f(n) dn$$

Gdje je $f(n)$ funkcija indeksa loma svjetlosti pripadnog sloja, $n=1$ je granica loma svjetlosti izvan atmosfere, a $n=n_0$ granica loma svjetlosti u graničnom sloju atmosfere uz zemaljsku površinu.

Tada sljedi konačni izraz za refrakciju:

$$r = \int_1^{n_0} \frac{\frac{n_0 \cdot R}{n \cdot d} \cdot \sin z'}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_0 \cdot R}{n \cdot d} \cdot \sin z'\right)^2}} \cdot \frac{dn}{n} \quad (31)$$

Gdje je R – polumjer Zemlje, d – udaljenost od centra Zemlje.

Za navigacijsku praksu ovi izrazi su nepraktični pa se koriste jednostavniji izrazi:

$$r = A \cdot \operatorname{tg} z - B \cdot \operatorname{tg} z^3 \quad \text{gdje su } A \text{ i } B - \text{konstante.} \quad (32)$$

Veličina astronomske refrakcije za pretpostavljene uvjete (temperaturu 0°C i atmosferski tlak 1 013hPa i srednja vlažnost zraka 60%) može se naći u nautičkim tablicama broj 34, prikazane na slici broj 16.

SREDNJA REFRAKCIJA ZA TEMPERATURU 10° C I BAROMETARSKI PRITISAK 1013hPa

34		Prividna visina	Srednja refr.	Prividna visina	Srednja refr.	Prividna visina	Srednja refr.	Prividna visina	Srednja refr.	Prividna visina	Srednja refr.	Prividna visina	Srednja refr.											
Visina ispod horizonta		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11											
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13											
1	0	52	36	20	22	2	20	8	5	20	4	43	40	12	28	1	59	56	39					
0	55	50	38	30	20	59	30	7	54	30	4	39	17	0	8	29	45	59	35					
50	48	46	40	20	1	40	7	44	40	4	35	20	5	30	1	41	60	34	34					
45	47	0	50	19	7	50	7	34	50	4	31	40	1	30	31	37	61	32	32					
40	45	19	2	0	18	17	7	0	7	24	12	0	4	23	18	0	2	58	32	33	62	31		
35	43	44	10	17	31	10	7	15	10	4	24	20	54	33	30	63	30	30	30	30	64	28		
0	30	42	13	20	16	48	20	7	6	20	4	20	40	51	34	26	64	28	28	28	65	27		
25	40	46	30	16	8	30	6	57	30	4	17	19	0	48	35	1	23	65	27	27	66	26		
20	39	24	40	15	31	40	6	49	40	4	14	20	45	36	20	66	26	26	26	26	67	25		
15	38	6	50	14	56	50	6	41	50	4	10	40	42	37	17	67	25	25	25	25	68	24		
10	36	52	3	0	14	23	8	0	6	33	13	0	4	7	20	0	2	39	38	38	68	24		
5	35	41	10	13	52	10	6	26	10	4	4	20	36	39	12	69	22	22	22	22	69	22		
Visina iznad horizonta		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11											
0	0	34	33	4	0	11	44	9	0	5	53	14	0	3	50	22	0	2	23	44	0	74	17	
5	33	29	10	11	23	10	5	47	10	3	47	20	21	45	0	58	75	16	16	16	75	16		
10	32	28	20	11	3	20	5	41	20	3	44	40	19	46	56	76	15	15	15	76	15	15		
15	31	30	30	10	43	30	5	35	30	3	42	23	0	16	47	54	77	14	14	14	77	14		
20	30	34	40	10	25	40	5	30	40	3	39	20	14	48	53	78	12	12	12	78	12	12		
25	29	40	50	10	8	50	5	24	50	3	37	40	12	49	51	79	11	11	11	79	11	11		
30	28	48	5	0	9	52	10	0	5	19	15	0	3	34	24	0	2	10	50	0	49	80	10	
35	27	59	10	9	36	10	5	14	10	3	32	20	8	51	47	82	8	8	8	82	8	8		
40	27	12	20	9	21	20	5	9	20	3	29	40	6	52	46	84	6	6	6	84	6	6		
45	26	27	30	9	7	30	5	5	30	3	27	25	0	4	53	44	86	4	4	4	86	4	4	
50	25	44	40	8	53	40	5	0	40	3	25	20	3	54	42	88	2	2	2	88	2	2		
55	25	3	50	8	40	50	4	56	50	3	23	40	1	54	41	90	0	0	0	90	0	0		
1	0	24	23	6	0	8	28	11	0	4	51	16	0	3	21	26	0	1	59	55	0	41	90	0

Slika 16. Izvadak iz nautičkih tablica, NT – 34[6]

Popravak za druge uvjete temperature i barometarskog tlaka može se naći u nautičkoj tablici 35, prikazane na slici broj 17.[3]

POPRAVAK SREDNJE REFRAKCIJE ZA TEMPERATURU I BAROMETARSKI PRITISAK

35

Temp. C°	Srednja refrakcija																Korektura temperature
	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	
-15°	5	11	18	24	30	37	43	50	58	69	1 52	2 45	3 47	4 56	6 13	7 37	+
-10°	4	9	14	19	24	29	34	39	45	53	1 28	2 9	2 57	3 51	4 51	5 55	
-5°	3	7	10	14	17	21	25	29	33	38	1 4	1 35	2 9	2 48	3 32	4 18	
0°	2	4	7	9	11	14	16	19	22	25	42	1 2	1 24	1 49	2 17	2 47	
+5°	1	2	3	4	6	7	8	9	11	12	21	30	41	53	1 6	1 22	
+10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
+15°	1	2	3	4	5	6	8	9	10	12	20	29	39	51	1 3	1 16	-
+20°	2	4	6	8	10	13	15	18	21	24	39	57	1 17	1 39	2 3	2 28	-
+25°	3	6	9	12	16	19	22	26	30	35	58	1 24	1 53	2 26	3 0	3 37	-
+30°	4	8	12	16	20	25	29	34	39	45	1 16	1 49	2 28	3 10	3 54	4 42	-
+35°	5	10	15	20	25	30	36	42	48	55	1 33	2 14	3 0	3 50	4 46	5 44	-
+40°	6	12	18	23	30	36	43	50	58	66	1 50	2 37	3 30	4 29	5 35	6 43	-
Baro- metar	Srednja refrakcija																Korektura pritiska
	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	
973	2	5	7	9	12	14	17	19	22	24	36	49	1 2	1 16	1 31	1 46	+
980	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	30	41	52	1 4	1 16	1 28	
987	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	24	33	42	51	1 0	1 10	
993	1	2	4	5	6	7	8	9	11	12	18	25	31	38	45	53	
1000	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	12	16	21	25	30	35	
1007	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	6	8	10	13	15	18	
1013	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
1013	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
1020	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4	6	8	10	13	15	18	+
1027	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	12	16	21	25	30	35	
1033	1	2	4	5	6	7	8	9	10	12	18	25	31	38	45	53	
1040	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	24	33	42	51	1 0	1 10	
1047	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	30	41	52	1 4	1 16	1 28	

Slika 17. Izvadak iz nautičkih tablica, NT – 35 [6]

Brown's Nautical Almanac daje podatke za srednju refrakciju za temperaturu od 50°F (oko 10°C jer je $^{\circ}\text{C} = 0.555 \cdot ^{\circ}\text{F} - 17.78^{\circ}\text{C}$) i tlak zraka od oko 29.6 palaca (1 002 hPa). Zbog toga srednja refrakcija pročitana u engleskim tablicama neće uvijek biti identična srednjoj refrakciji iz naših tablica (koje izdaje Hrvatski hidrografski institut). Ova razlika u praksi je zanemariva. Ekvivalent nautičkim tablicama NT 27, NT 28 i NT 30 jesu tablice prikazane na slici broj 18. i 19., iz *Brown's Nautical Almanac*.

FOR CORRECTING THE SEXTANT ALTITUDE OF A FIXED STAR TO FIND THE TRUE ALTITUDE

FOR CORRECTING THE SEXTANT ALTITUDE OF A FIXED STAR TO FIND THE TRUE ALTITUDE

$$\text{Correction} = 1.758 \cdot \sqrt{h} + (1.002 : \tan (H + (7.31 : (H + 4.4))))$$

$$\text{True Altitude} = \text{Sextant Altitude} \pm \text{Index Error} - \text{Correction}$$

Altitude	height of eye in metres																	
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
6	12.4	13.4	14.2	14.9	15.5	16.0	16.5	16.9	17.4	17.8	18.1	18.5	18.9	19.2	19.5	19.8	20.2	20.5
6	11.0	12.0	12.8	13.5	14.1	14.6	15.1	15.6	16.0	16.4	16.8	17.1	17.5	17.8	18.2	18.5	18.8	19.1
7	10.0	11.0	11.8	12.4	13.0	13.6	14.0	14.5	14.9	15.3	15.7	16.1	16.4	16.8	17.1	17.4	17.7	18.0
8	9.1	10.1	10.9	11.6	12.2	12.7	13.2	13.7	14.1	14.5	14.9	15.2	15.6	15.9	16.3	16.6	16.9	17.2
9	8.4	9.5	10.3	10.9	11.5	12.0	12.5	13.0	13.4	13.8	14.2	14.6	14.9	15.3	15.6	15.9	16.2	16.5
10	7.9	8.9	9.7	10.4	11.0	11.5	12.0	12.4	12.9	13.3	13.6	14.0	14.4	14.7	15.0	15.3	15.7	16.0
11	7.4	8.5	9.2	9.9	10.5	11.0	11.5	12.0	12.4	12.8	13.2	13.5	13.9	14.2	14.6	14.9	15.2	15.5
12	7.0	8.1	8.8	9.5	10.1	10.6	11.1	11.6	12.0	12.4	12.8	13.2	13.5	13.8	14.2	14.5	14.8	15.1
13	6.7	7.7	8.5	9.2	9.8	10.3	10.8	11.2	11.7	12.1	12.4	12.8	13.2	13.5	13.8	14.1	14.5	14.7
14	6.4	7.4	8.2	8.9	9.5	10.0	10.5	10.9	11.4	11.8	12.1	12.5	12.9	13.2	13.5	13.8	14.2	14.5
15	6.1	7.2	7.9	8.6	9.2	9.7	10.2	10.7	11.1	11.5	11.9	12.3	12.6	12.9	13.3	13.6	13.9	14.2
16	5.9	6.9	7.7	8.4	9.0	9.5	10.0	10.4	10.9	11.3	11.7	12.0	12.4	12.7	13.0	13.4	13.7	14.0
17	5.7	6.7	7.5	8.2	8.8	9.3	9.8	10.2	10.7	11.1	11.5	11.8	12.2	12.5	12.8	13.2	13.5	13.8
18	5.5	6.5	7.3	8.0	8.6	9.1	9.6	10.1	10.5	10.9	11.3	11.6	12.0	12.3	12.7	13.0	13.3	13.6
19	5.3	6.4	7.2	7.8	8.4	8.9	9.4	9.9	10.3	10.7	11.1	11.5	11.8	12.2	12.5	12.8	13.1	13.4
20	5.2	6.2	7.0	7.7	8.3	8.8	9.3	9.7	10.2	10.6	11.0	11.3	11.7	12.0	12.3	12.7	13.0	13.3
25	4.6	5.6	6.4	7.1	7.7	8.2	8.7	9.2	9.6	10.0	10.4	10.7	11.1	11.4	11.8	12.1	12.4	12.7
30	4.2	5.2	6.0	6.7	7.3	7.8	8.3	8.8	9.2	9.6	10.0	10.3	10.7	11.0	11.3	11.7	12.0	12.3
35	3.9	4.9	5.7	6.4	7.0	7.5	8.0	8.5	8.9	9.3	9.7	10.0	10.4	10.7	11.1	11.4	11.7	12.0
40	3.7	4.7	5.5	6.2	6.7	7.3	7.8	8.2	8.6	9.0	9.4	9.8	10.2	10.5	10.8	11.1	11.4	11.7
45	3.5	4.5	5.3	6.0	6.6	7.1	7.6	8.0	8.5	8.9	9.2	9.6	10.0	10.3	10.6	10.9	11.2	11.5
50	3.3	4.4	5.1	5.8	6.4	6.9	7.4	7.9	8.3	8.7	9.1	9.5	9.8	10.1	10.5	10.8	11.1	11.4
60	3.1	4.1	4.9	5.5	6.1	6.7	7.2	7.6	8.0	8.4	8.8	9.2	9.5	9.9	10.2	10.5	10.8	11.1
70	2.8	3.9	4.7	5.3	5.9	6.5	6.9	7.4	7.8	8.2	8.6	9.0	9.3	9.7	10.0	10.3	10.6	10.9
80	2.7	3.7	4.5	5.1	5.7	6.3	6.8	7.2	7.6	8.0	8.4	8.8	9.1	9.5	9.8	10.1	10.4	10.7
90	2.5	3.5	4.3	5.0	5.6	6.1	6.6	7.0	7.5	7.9	8.2	8.6	9.0	9.3	9.6	9.9	10.2	10.5

Slika 18. Izvadak iz *Brown's Nautical Almanac* 2015., stranica 7., ispravak visine za zvijezde i planete (uključena refrakcija i depresija) [7]

FOR CORRECTING THE SEXTANT ALTITUDE OF THE SUN'S LOWER LIMB

$$\text{Correction} = 16' - 1.758 \cdot \sqrt{h} - (1.002 : \tan (H + (7.31 : (H + 4.4)))) + 0.144 \cdot \cos H$$

$$\text{True Altitude} = \text{Sextant Altitude} \pm \text{Index Error} \pm \text{Correction} \pm \text{Month Correction}$$

height of eye in metres

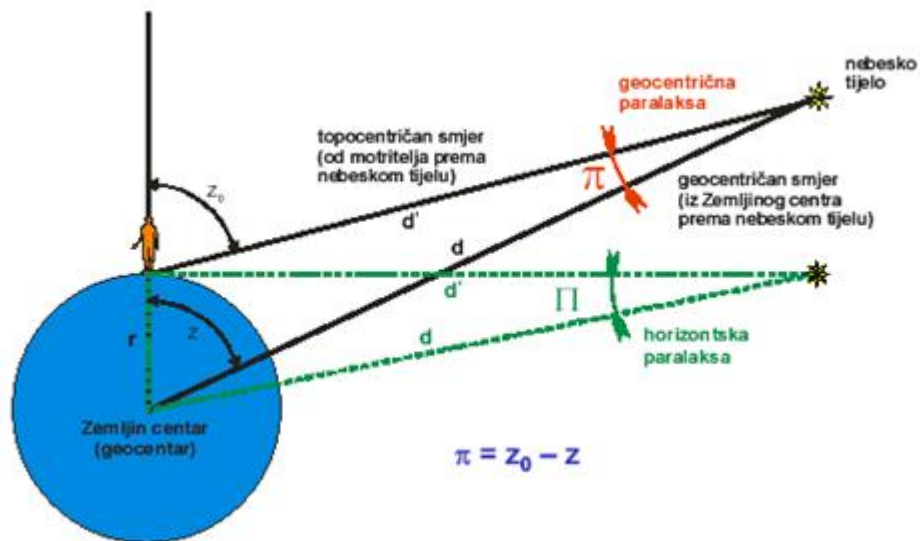
Index Error
On Arc is (-)
Off Arc is (+)

Altitude	2 m	4 m	6 m	8 m	10 m	12 m	14 m	16 m	18 m	20 m	22 m	24 m	26 m	28 m	30 m	32 m	34 m	36 m
5°	3.8'	2.7'	1.9'	1.3'	0.7'	0.2'	-0.3'	-0.8'	-1.2'	-1.6'	-2.0'	-2.4'	-2.7'	-3.1'	-3.4'	-3.7'	-4.0'	-4.3'
6°	5.1	4.1	3.3	2.6	2.1	1.5	1.0	0.6	0.2	-0.2	-0.6	-1.0	-1.3	-1.7	-2.0	-2.8	-2.6	-2.9
7°	6.2	5.2	4.4	3.7	3.1	2.6	2.1	1.6	1.2	0.8	0.4	0.1	-0.3	-0.6	-1.0	-1.3	-1.6	-1.9
8°	7.0	6.0	5.2	4.5	3.9	3.4	2.9	2.5	2.1	1.6	1.3	0.9	0.5	0.2	-0.1	-0.4	-0.7	-1.0
9°	7.7	6.7	5.9	5.2	4.6	4.1	3.6	3.2	2.7	2.3	1.9	1.6	1.2	0.9	0.6	0.2	-0.1	-0.4
10°	8.3	7.2	6.4	5.8	5.2	4.6	4.2	3.7	3.3	2.9	2.5	2.1	1.8	1.4	1.1	0.8	0.5	0.2
11°	8.7	7.7	6.9	6.2	5.6	5.1	4.6	4.2	3.7	3.3	3.0	2.6	2.2	1.9	1.6	1.3	1.0	0.7
12°	9.1	8.1	7.3	6.6	6.0	5.5	5.0	4.6	4.1	3.7	3.4	3.0	2.6	2.3	2.0	1.7	1.3	1.1
13°	9.5	8.4	7.6	7.0	6.4	5.9	5.4	4.9	4.5	4.1	3.7	3.3	3.0	2.6	2.3	2.0	1.7	1.4
14°	9.8	8.7	7.9	7.3	6.7	6.1	5.7	5.2	4.8	4.4	4.0	3.6	3.3	2.9	2.6	2.3	2.0	1.7
15°	10.0	9.0	8.2	7.5	6.9	6.4	5.9	5.5	5.0	4.6	4.2	3.9	3.5	3.2	2.9	2.6	2.2	1.9
16°	10.2	9.2	8.4	7.8	7.2	6.6	6.1	5.7	5.3	4.9	4.5	4.1	3.8	3.4	3.1	2.8	2.5	2.2
17°	10.4	9.4	8.6	8.0	7.4	6.8	6.4	5.9	5.5	5.1	4.7	4.3	4.0	3.6	3.3	3.0	2.7	2.4
18°	10.6	9.6	8.8	8.1	7.6	7.0	6.5	6.1	5.7	5.2	4.9	4.5	4.1	3.8	3.5	3.2	2.9	2.6
19°	10.8	9.8	9.0	8.3	7.7	7.2	6.7	6.2	5.8	5.4	5.0	4.7	4.3	4.0	3.6	3.3	3.0	2.7
20°	10.9	9.9	9.1	8.5	7.9	7.3	6.8	6.4	6.0	5.6	5.2	4.8	4.5	4.1	3.8	3.5	3.2	2.9
25°	11.5	10.5	9.7	9.0	8.4	7.9	7.4	7.0	6.5	6.1	5.8	5.4	5.0	4.7	4.4	4.1	3.8	3.5
30°	11.9	10.9	10.1	9.4	8.8	8.3	7.8	7.4	6.9	6.5	6.2	5.8	5.4	5.1	4.8	4.5	4.2	3.9
35°	12.2	11.2	10.4	9.7	9.1	8.6	8.1	7.7	7.2	6.8	6.5	6.1	5.7	5.4	5.1	4.8	4.4	4.1
40°	12.4	11.4	10.6	10.0	9.4	8.8	8.3	7.9	7.5	7.1	6.7	6.3	6.0	5.6	5.3	5.0	4.7	4.4
45°	12.6	11.6	10.8	10.1	9.5	9.0	8.5	8.1	7.6	7.2	6.9	6.5	6.1	5.8	5.5	5.2	4.9	4.6
50°	12.8	11.7	10.9	10.3	9.7	9.2	8.7	8.2	7.8	7.4	7.0	6.6	6.3	6.0	5.6	5.3	5.0	4.7
60°	13.0	12.0	11.2	10.5	9.9	9.4	8.9	8.5	8.0	7.6	7.3	6.9	6.5	6.2	5.9	5.6	5.2	4.9
70°	13.2	12.2	11.4	10.7	10.1	9.6	9.1	8.7	8.2	7.8	7.4	7.1	6.7	6.4	6.1	5.7	5.4	5.1
80°	13.4	12.3	11.5	10.9	10.3	9.8	9.3	8.8	8.4	8.0	7.6	7.2	6.9	6.5	6.2	5.9	5.6	5.3
90°	13.5	12.5	11.7	11.0	10.4	9.9	9.4	9.0	8.5	8.1	7.8	7.4	7.0	6.7	6.4	6.1	5.8	5.5
Month Corr.	Jan. +0.3'	Feb. +0.2'	March +0.1'	April 0.0'	May -0.2'	June -0.2'	July -0.2'	Aug. -0.2'	Sept. -0.1'	Oct. +0.1'	Nov. +0.2'	Dec. +0.3'						

Slika 19. Izvadak iz *Brown's Nautical Almanac* 2015., stranica 6., ispravak visine za Sunce (uključena refrakcija, depresija i prividni polumjer Sunca) [7]

4.4. PARALAKSA

Paralaksa dolazi od grčke riječi *parallaxis* što znači „odstupanje“. Paralaksa je prividna promjena položaja nebeskog tijela s promjenom mjesta promatrača. Postoji dnevna i godišnja paralaksa. Paralaksa nastaje gdje god se prilikom promatranja nebeskog tijela pričinjava njegova promjena položaja. Paralaksa je veća za zvijezde koje su bliže Zemlji, a za udaljenije zvijezde manja, te ju je teže odrediti. Za astronomska mjerenja u navigaciji važna je dnevna paralaksa. Zbog velikih međusobnih udaljenosti utjecaj paralakse važan je samo za najbliža nebeska tijela (Mjesec, Veneru i Mars), a za ostala nebeska tijela nema utjecaja. Na slici broj 20., prikazana je dnevna paralaksa.[4]



Slika 20. Dnevna ili geocentrična paralaksa [13]

Kut za koji se prividni smjer nebeskog tijela gledan sa zemljine površine svodi na pravi smjer koji bi se vidio iz njezina središta naziva se dnevna paralaksa. Još se može definirati i kao kut u nebeskom tijelu pod kojim se vidi Zemljin polumjer. [4]

$$\begin{aligned} \sin \Pi : \sin 180^\circ - z' &= R_o : d \\ \sin \Pi \times d &= R_o \cdot \sin z' & (33) \\ \sin \Pi &= \frac{R_o \cdot \sin z'}{d} \end{aligned}$$

Kako je paralaksa kut vrlo male vrijednosti može se pisati:

$$\Pi = \frac{R_o \cdot \sin z'}{d \cdot 1''} \quad (34)$$

Tri su vrste dnevne paralakse:[3]

- visinska (tijelo blizu zenita, paralaksa najmanja),
- horizontska (najveća, tijelo blizu horizonta) i
- horizontsko – ekvatorska.

Horizontska paralaksa, za $z'=90^\circ$ (koja je najveća i koja se uzima u obzir u nautičkim računima, npr. Za Mjesec):

$$\Pi = \frac{R_o}{d \cdot \sin 1''} \quad (35)$$

Poznavajući horizontsku paralaksu nekog nebeskog tijela može se izračunati geocentrična udaljenost tog tijela. Na taj su način prvi put točno određene udaljenosti unutar Sunčevog sustava. Horizontska paralaksa nije konstantna veličina eliptičnih planetskih staza, stoga se definiraju srednje vrijednosti horizontskih paralaksi. Horizontska paralaksa tijela koja se nalaze na udaljenosti od 1 astronomske jedinice naziva se solarna paralaksa i odgovara srednjoj horizontskoj paralaksi Sunca.[3]

$$\Pi_o = \frac{R_o}{d \cdot \sin 1''} = \frac{6,378140 \cdot 10^3}{1,4959787 \cdot 10^8} \cdot 206264,8 = 8,794148'' \quad (36)$$

Π_o – solarna paralaksa

d – udaljenost nebesko tijela

R_o – zemljin ekvatorski polumjer

Za Mjesec, Sunce i planete vrijednost horizontske paralakse može se pronaći u Nautičkom godišnjaku. Kada je u pitanju praksa navigacije važna je samo paralaksa Mjeseca, Sunca i planeta, jer ostala nebeska tijela nemaju dnevnu paralaksu. Horizontska paralaksa za Veneru i Mars iznosi oko $30''$, a za Sunce iznosi $8,8''$. Za Mjesec je velika i iznosi oko 1° zbog blizine Zemlje. Visinska paralaksa mijenja se s visinom nebeskog tijela. [4]

Zemlja i Sunce su na različitim udaljenostima zbog kojeg se mijenja horizontska paralaksa tijekom godine od $8,66''$ do $8,95''$, a srednja vrijednost iznosi $8,8''$.

Primjer ispravka prividne visine za Sunce $22^\circ 14,8'$ i $68^\circ 16,3'$ za paralaksu.

$$V_p \square = 8,8'' \cdot \cos 22^\circ 14,8' = 8,1'' = 0,1'$$

$$V_p = 22^\circ 14,9'$$

$$V_p \square = 8,8'' \cdot \cos 68^\circ 16,3' = 3,3'' = 0,1'$$

$$V_p = 68^\circ 16,4'$$

S poznatom horizontskom paralaksom i visinom kao ulaznim elementima, visinska paralaksa za planete može se izračunati i iz nautičkih tablica 29 ili iz posebnih tablica iz nautičkog godišnjaka. Visinska paralaksa Mjeseca računa se iz nautičkih tablica 31, dok paralaksa Sunca iz nautičkih tablica 30. Na slici broj 21., prikazane su nautičke tablice 27 do 30. Tablica NT 27 predstavlja refrakcije za zvijezde i planete, te za Sunce s uključenim popravkom za polumjer. Tablica NT 28 predstavlja depresiju morskog horizonta. Tablica NT 29 prikazuje popravak visine za planete s obzirom na paralaksu. Tablica NT 30 služi kao popravak visine zbog paralakse i promjene radijusa Sunca.

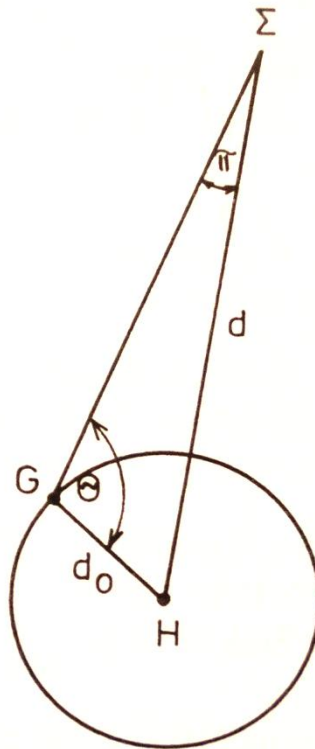
PRVI POPRAK VISINE ZA SUNCE, STAJAČICE I PLANETE 27			DRUGI POPRAK VISINE ZA VISINU OKA 28				
Opažena visina	refrakcija paralaksa radijus = 16'		Visina oka	depresija	Visina oka		depresija
	+	-			Metara	'	
0	+						
6 30		8.2					
6 40	+	8.4					
6 50		8.5					
7 00		8.7					
7 10		8.9					
7 20		9.0					
7 30	+	9.2					
7 40		9.3					
7 50		9.5					
8 00		9.6					
8 10	+	9.7					
8 20		9.8					
8 30		10.0					
8 40		10.1					
8 50		10.2					
9 00	+	10.3					
9 10		10.5					
9 20		10.6					
9 30		10.8					
9 40		10.9					
9 50		11.0					
10 00	+	11.2					
10 10		11.3					
10 20		11.5					
10 30		11.7					
10 40		11.9					
10 50	+	12.0					
11 00		12.2					
11 10		12.3					
11 20		12.6					
11 30		12.8					
11 40	+	13.0					
11 50		13.2					
12 00		13.3					
12 10		13.5					
12 20		13.7					
12 30	+	14.0					
12 40		14.1					
12 50		14.3					
13 00		14.4					
13 10		14.4					
13 20		14.5					
13 30		14.6					
13 40	+	14.7					
13 50		14.8					
14 00		14.9					
14 10		15.0					
14 20		15.3					
14 30	+	15.5					
14 40		15.7					
14 50		15.8					
15 00		16.0					

Opažena visina planeta	Horizontska paralaksa					
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
10	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
30	0.1	0.2	0.3	0.3	0.4	0.5
50	0.1	0.1	0.2	0.3	0.3	0.4
70	0.0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2

TREĆI POPRAK VISINE ZBOG PARALAKSE I PROMJENE RADIJUSA SUNCA 30												
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Od 1. do 15. od 16. do zadnjeg	+0.3	+0.2	+0.1	0.0	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.1	+0.1	+0.2	+0.3
	+0.3	+0.2	+0.1	-0.1	-0.2	-0.2	-0.2	-0.2	0.0	+0.1	+0.2	+0.3
Za gornji rub Sunca korektura = vrijednost tablice manje dvostruki radijus (2r)												
Horizontska paralaksa		$V < 10^\circ$		$10^\circ < V < 65^\circ$				$V > 65^\circ$				
8,8''		+0,2'		+0,1'				0,0'				

Slika 21. Izvadak iz nautičkih tablica, NT – 27, 28, 29, 30[6]

Kut za koji se prividni smjer neke zvijezde gledan sa Zemlje svodi na smjer kao da je gledan sa Sunca naziva se godišnja paralaksa. Još se može definirati i kao kut u nebeskom tijelu pod kojim se vidi polumjer Zemljine staze oko Sunca. Na slici broj 22., prikazana je godišnja paralaksa.



Slika 22. Godišnja ili zvjezdana paralaksa [3]

Da bi se paralaksa neke zvijezde odredila, kao temeljna dužina uzima se polumjer Zemaljske orbite. Pretpostavlja se da je putanja Zemlje oko Sunca kružnica. Njena eliptična staza se zanemaruje zbog velikih udaljenosti i najbližih zvijezda.

Na slici 22., označene su dužine i pojedine točke:

G – geocentar (središte Zemlje),

H – heliocentar (središte Sunca),

Σ - zvijezda,

d_0 - astronomska jedinica,

d - heliocentrična udaljenost zvijezde i

θ - kut između heliocentričnog i geocentričnog smjera.

Iz ravninskog trokuta $HG\Sigma$, slijedi:

$$\sin \Pi = \frac{d_o}{d} \cdot \sin \theta. \quad (37)$$

Π_G se definira na sljedeći način:

$$\sin \Pi_G = \frac{d_o}{d} \quad (38)$$

Od tu je:

$$\Pi_G = \frac{d_o}{d \cdot \sin 1''} \quad (39)$$

Π_G se naziva godišnja ili zvjezdana paralaksa. Formula (37) može se pomoću formule (39) pisati ovako:

$$\Pi = \Pi_G \cdot \sin \theta. \quad (40)$$

Godišnje paralakse su male vrijednosti. Za najbliže zvijezde vrijednost ne prelazi $0,8''$. Potrebna su njihova izračunavanja s najvećom mogućom preciznošću, jer se pomoću njih određuju zvjezdane daljine.

Formula (37) se može zapisati kao:

$$d = \frac{d_o}{\Pi_G \cdot \sin 1''}. \quad (41)$$

Iz formule (41), ako su poznate vrijednosti d_o i Π_G , mogu se izračunati zvjezdane udaljenosti. Udaljenosti su velike, pa se ne mogu izraziti u kilometrima ili astronomskim jedinicama nego u svjetlosnim godinama. [3]

4.5. KOREKCIJE IZMJERENIH VISINA ZA PARALAKSU, DEPRESIJU I REFRAKCIJU

Proizvoljno je odabrana visina nebeskog tijela - Zvijezde. Ukupni popravci visina izvađeni su iz nautičkih tablica. $V_{OKA} = 32m$

a) Hrvastke tablice 27 i 28

$$\begin{aligned}V_i &= 68^{\circ}13,8' \\+(\pm K_i) &= -00^{\circ}01,1' \\+ \pm K_e &= 00^{\circ}00,0' \\V_o &= 68^{\circ}12,7' \\+k_1 &= -00^{\circ}00,4' \text{ Prvi popravak izmjerene visine za refrakciju. NT 27 pomoću } V_o \\+k_2 &= -00^{\circ}09,9' \text{ Drugi popravak izmjerene visine za visinu oka opažača. NT 28 pomoću } V_{OKA} \\V_p &= 68^{\circ}02,4'\end{aligned}$$

b) Nautical Almanac 2001

$$\begin{aligned}V_o &= 68^{\circ}12,7' \\-K_U &= 00^{\circ}10,3' \\V_p &= 68^{\circ}02,4'\end{aligned}$$

Proizvoljno je odabrana visina nebeskog tijela - Polare. Ukupni popravci visina izvađeni su iz nautičkog godišnjaka iz 2001., u izdanju Hrvatskog hidrografskog instituta. $V_{OKA} = 18m$

a) Hrvatske tablice 27 i 28

$$\begin{aligned}V_i &= 32^{\circ}06,9' \\+(\pm K_i) &= -00^{\circ}00,8' \\+(\pm K_i) &= +00^{\circ}00,1' \\V_o &= 32^{\circ}06,2' \\+k_1 &= -00^{\circ}01,5' \\+k_2 &= -00^{\circ}07,5' \\V_p &= 31^{\circ}57,2'\end{aligned}$$

b) Nautical Almanac 2001

$$V_o = 32^{\circ}06,2'$$

$$-K_U = 00^{\circ}09,0'$$

$$V_p = 31^{\circ}57,2'$$

Proizvoljno je odabrana visina nebeskog tijela - Planeta. Ukupni popravci visina izvađeni su Brown's Nautical Almanac iz 2001., sa stranice 7., ispravak visine za zvijezde i planete (uključena refrakcija i depresija). Voka = 13m

a) Nautical Almanac 2001

$$V_i = 28^{\circ}25,6'$$

$$+(\pm K_i) = +00^{\circ}01,8'$$

$$+ \pm K_e = 00^{\circ}00,0'$$

$$V_o = 28^{\circ}27,4'$$

+ku = -00^{\circ}08,2' s stranice 7., ispravak visine za zvijezde i planete uključena refrakcija i depresija

+ Π = +00^{\circ}00,2' Treći popravak izmjerene visine za visinu planeta s obzirom na paralaksu. NT 29

$$V_p = 28^{\circ}19,4'$$

b) Hrvatske tablice 27 i 28

$$V_o = 28^{\circ}27,4'$$

$$+k_1 = -00^{\circ}01,8'$$

$$+k_2 = -00^{\circ}06,4'$$

$$+\Pi = 00^{\circ}00,2'$$

$$V_p = 28^{\circ}19,4'$$

Proizvoljno je odabrana visina nebeskog tijela - Sunca. Ukupni popravci visina izvađeni su iz nautičkog godišnjaka iz 2001., u izdanju Hrvatskog hidrografskog instituta. Voka = 10m

a) Hrvatske tablice 27, 28 i 30

$$\begin{aligned}
V_i &= 56^\circ 51,6' \\
+(\pm K_i) &= +00^\circ 01,4' \\
+(\pm K_i) &= -00^\circ 00,2' \\
V_o &= 56^\circ 52,8' \\
+k_1 &= 00^\circ 15,4' \\
+k_2 &= -00^\circ 05,6' \\
+k_3 &= -00^\circ 00,1' \\
V_p &= 57^\circ 02,5'
\end{aligned}$$

b) Nautical Almanac 2001

$$\begin{aligned}
V_o &= 56^\circ 52,8' \\
+K_u &= 00^\circ 09,9' \\
V_p &= 57^\circ 02,7'
\end{aligned}$$

U zadnjem primjeru se može vidjeti razlika između hrvatskih i engleskih tablica gdje je vrijednost visine prave veća za 0,2' iz izračuna engleskih tablica (Nautical Almanac 2001), u odnosu na hrvatske tablice (HHI), ta je vrijednost zanemariva u praksi.

Depresija

$$V_i = 81^\circ 19,0', V_{OKA} = 19m, 12.09.2001.$$

$$dep = 1.77 \cdot \overline{19m} = -7,7'$$

Iz nautičkih tablica 28 (HHI) dobiveni rezultat je: -7,7',

Browns 2001 dobiveni rezultat je: -7,6'.

Prikazan je izračun depresije na tri različita načina, pomoću nautičkih tablica 28 (HHI), Brown's 2001 i računski koristeći formulu za stvarnu depresiju (pri normalnim atmosferskim uvjetima). Brown's daje podatke koji su različiti od podataka iz nautičkih tablica 28, te računski. U ovome primjeru razlika je za 0,1' što je zanemarivo u praksi.

Refrakcija

Za refrakciju je proizvoljno odabrana visina nebeskog tijela od 60° , V oka = 30m i k je konstanta te iznosi 58,29. Zadaci su napisani na tri različita načina, računski koristeći formulu, pomoću nautičkih tablica 27 (HHI) i pomoću engleskih tablica (NAUTICAL ALMANAC BROWN'S 2001).

a) Računski pomoću formule

$$r = A \cdot \tan Z - B \cdot \tan^3 Z$$

$$r = 58,29'' \cdot \tan 30^\circ - 0,067'' \cdot \tan^3 30^\circ$$

$$r = -0,5606808839$$

$$\text{dep} = 1,77 \cdot \overline{30m} = 9,68$$

Računski zajedno depresija i refrakcije iznose $-10,2406808839$.

b) Nautičke tablice 27

NT 27 = $0,6'$, a kada se doda depresija koja iznosi $-9,7'$ iz NT 28 dobije se $-10,3'$

c) Nautical Almanac Brown's 2001

NA 2001 = $-10,2'$.

Razlika u rezultatima se može vidjeti u priloženom primjeru gdje je rezultat dobiven formulom i tablično zanemarivo različit. Neznatno veću razliku pokazuje rezultat dobiven pomoću Nautičkih tablica HHI nego iz tablica Brown's 2001.

Paralaksa

Proizvoljno su odabrane visine (V), udaljenost (d), a radijus (R) Zemlje iznosi 6371km. Određene su visine od 40° , 50° , 60° i 70° , a udaljenost je 150 milijuna km (1AJ). Za dobivene rezultate koristiti će se sljedeća formula:

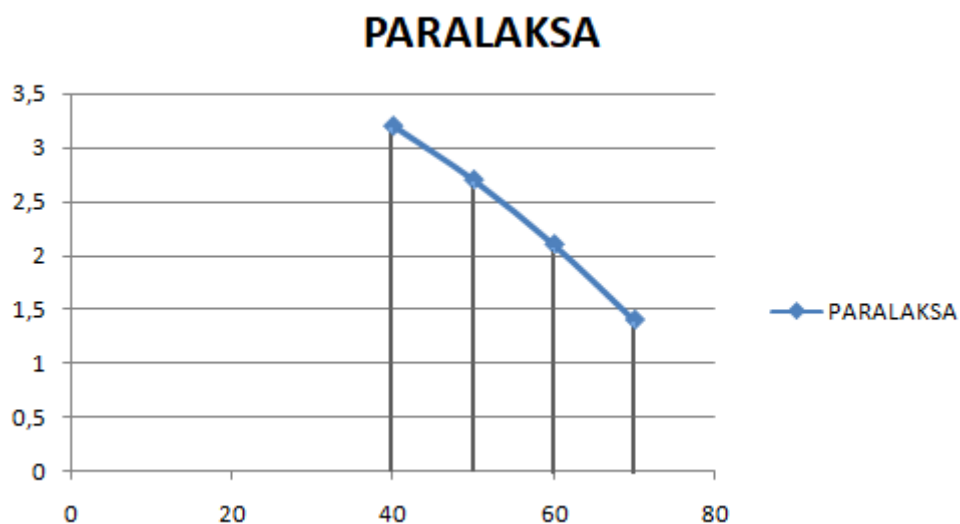
$$\sin \Pi = \frac{R \cdot \cos V}{d}$$

Dobiveni rezultati za 4 različite visine su sljedeći:

- rezultat za visinu od 40° iznosi $3,2'$,
- rezultat za visinu od 50° iznosi $2,7'$,
- rezultat za visinu od 60° iznosi $2,1'$ i
- rezultat za visinu od 70° iznosi $1,4'$.

Iz dobivenih rezultata se može zaključiti da s porastom visine paralaksa ima manju vrijednost. Na prvoj visini od 40° imala je najveću vrijednost, te kako se povećavala visina za 10° paralaksa je bila sve manja, te je najmanja bila na visini od 70° , te je iznosila $1,4'$.

Rezultati paralakse su prikazani pomoću slike 23.:



Slika 23. Paralaksa[8]

5. ZAKLJUČAK

U današnjem vremenu prepunom navigavijskih satelitskih sustava, obuka u području astronomske navigacije svedena je na minimalnu obvezu, a korištenjem u plovidbi morem sve više ide u zaborav. Ipak, to je još uvijek jedini način pomoću kojeg pomorci mogu, ovisеći samo o vlastitim sredstvima i znanjima, ploviti na siguran način na otvorenom moru. Najvažnija zadaća astronomske navigacije je određivanje pozicije broda promatranjem nebeskih tijela. Danas većina brodova u plovidbi posjeduje više elektroničkih navigacijskih sustava, što nije prepreka da pomorci nemaju na brodovima instrumente i sredstva za korištenje astronomske navigacije. Nebeska tijela su uvijek na svome mjestu, te ih nitko ne kontrolira, stoga astronomska navigacija je uvijek dobro došla u kriznim situacijama, jer je samostalni sustav, a svi ostali ovise o napajanju električnom energijom, te se nikada ne zna kada mogu zakazati.

Izmjerene visine nebeskih tijela mogu se ispravljati pojedinačno ili s ukupnim popravcima. Pojedinačni ispravci mogu se provoditi računski ili pomoću tablica za depresiju, refrakciju, paralaksu i polumjer. Ako se izmjerene visine ispravljaju pojedinačnim ispravkama, vrijednosti depresije i refrakcije uvijek se oduzimaju od izmjerene visine, a vrijednost paralakse uvijek se pribraja izmjerenoj visini. Ako je mjerena visina donjeg ruba Sunca ili Mjeseca vrijednost polumjera uvijek se pribraja izmjerenoj visini. Ako je mjerena visina gornjeg ruba Sunca ili Mjeseca vrijednost polumjera uvijek se oduzima od izmjerene visine.

Za Sunce i planete postoje tri ispravka k_1 , k_2 i k_3 . Prvi ispravak za Sunce sadrži vrijednost refrakcije, paralakse i polumjera, ako je mjereno donji rub Sunca. Drugi ispravak predstavlja depresiju, a treći promjenu polumjera Sunca i paralakse.

Za planete i zvijezde prvi ispravak predstavlja refrakciju, a drugi depresiju. Treći ispravak za planete sadrži paralaksu. Sunce i Mjesec jedina su nebeska tijela čija se visina ne mjeri od njihovih središta, već od njihova donjega ili gornjega ruba, pa tako da je izmjerena visina pogrešna za vrijednost polumjera.

Napretkom tehnologije u pomorstvu, te razvijanju novih navigacijskih metoda i sustava greške koje utječu na stajnicu kao što su paralaksa, depresija i refrakcija su

nezaobilazne kod određivanja pozicije broda. Navedene greške se mogu ispravljati na više načina: pomoću formula računski, te tablično koristeći hrvatske i engleske tablice.

Greške paralakse, depresije i refrakcije u ovom diplomskom radu su uspoređene računski i tablično, te su se dobile male razlike koje su u praksi zanemarive.

Na brodu je sigurnost najvažnija, te se zbog toga moraju koristiti tradicionalne metode određivanja pozicije skupa s elektroničkim jer se tako izbjegavaju greške uređaja, te samim tim pomorci održavaju svoja usvojena znanja navigacije za slučajeve kada se ne može osloniti na elektroničku navigaciju.

LITERATURA

- [1] Čumbelić, P.: *Astronomska navigacija II*, Pomorski fakultet u Dubrovniku, Dubrovnik, 1990.
- [2] Franušić, B.: *Astronomska navigacija I*, Pomorski fakultet u Dubrovniku, Dubrovnik, 1989.
- [3] Kitarović, I.: *Astronomska navigacija*, Pomorski fakultet u Rijeci, Rijeka 2000.
- [4] Klarin, M.: *Astronomska navigacija 2*, Školska knjiga, Zagreb 1996.
- [5] Lušić, Z.: *Predavanja iz Astronomske navigacija*, Pomorski fakultet u Splitu, Split, 2011.
- [6] Hrvatski hidrografski institut: *Nautičke tablice*, 2013.
- [7] Brown, Son & Ferguson, LTD: *Brown's Nautical Almanac 2015*. Printed and published in Great Britain 2015.
- [8] Autor

INTERNET

- [9] <http://wiki.geof.unizg.hr/Ekliptika>
- [10] <http://static.astronomija.org.rs/instrumenti/Sekstant/sekstant.htm>
- [11] Osnove astronomije, <https://rdl.train.army.mil/catalog/view/100.ATSC/519B276E-2F93-4DC3-8A23-B91DD42E2DEF-1274406084099/6-2/Ch7.htm>
- [12] [https://hr.wikipedia.org/wiki/Depresija_\(astronomija\)](https://hr.wikipedia.org/wiki/Depresija_(astronomija))
- [13] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Obzor>
- [14] <http://eskola.zvezdarnica.hr/osnove-astronomije/polozajna-i-efemeridna-astronomija/promjene-koordinata-nebeskih-tijela/>
- [15] <http://www.nautickiforum.com/Forum/index.php?topic=96.0>

POPIS SLIKA

Slika 1. Sekstant.....	7
Slika 2. Optički princip sekstanta	9
Slika 4. Prvi astronomsko nautički sferni trokut	14
Slika 5. Drugi astronomsko sferni trokut	14
Slika 6. Pomak stajnice od zbrojene pozicije	15
Slika 7. Morski i pravi horizont.....	17
Slika 8. Utjecaj pogrešaka na izračun visine prave nebeskog tijela	20
Slika 9. Geometrijski i morski horizont	21
Slika 10. Depresija.....	22
Slika 11. Tablica 11, udaljenost morskog hrizonta	23
Slika 12. Nautička tablica broj 28	25
Slika 13. Depresija obalnog horizonta.....	26
Slika 14. Astronomska refrakcija nastaje zbog loma svjetlosne zrake pri prolasku kroz atmosferu Zemlje.....	29
Slika 15. Lom zraka svjetlosti	30
Slika 16. Izvadak iz nautičkih tablica, NT – 34.....	32
Slika 17. Izvadak iz nautičkih tablica, NT – 35.....	33
Slika 18. Izvadak iz <i>Brown's Nautical Almanac</i> 2015., stranica 7., ispravak visine za zvijezde i planete (uključena refrakcija i depresija)	34
Slika 19. Izvadak iz <i>Brown's Nautical Almanac</i> 2015., stranica 6., ispravak visine za Sunce (uključena refrakcija, depresija i prividni polumjer Sunca)	34
Slika 20. Dnevna ili geocentrična paralaksa.....	35
Slika 21. Izvadak iz nautičkih tablica, NT – 27, 28, 29, 30.....	37
Slika 22. Godišnja ili zvjezdana paralaksa	38
Slika 23. Paralaksa.....	44

