Matematički simboli u pomorstvu

Donkić, Ante

SVEUČILIŠTE U SPLITU

POMORSKI FAKULTET U SPLITU

ANTE DONKIĆ

MATEMATIČKI SIMBOLI U POMORSTVU

ZAVRŠNI RAD

SPLIT, 2020.

SVEUČILIŠTE U SPLITU

POMORSKI FAKULTET U SPLITU

STUDIJ: POMORSKA NAUTIKA

MATEMATIČKI SIMBOLI U POMORSTVU

ZAVRŠNI RAD

MENTOR:
Izv. prof. dr. sc Tatjana Stanivuk

STUDENT:
Ante Donkić
(MB:0171267646)

SPLIT, 2020.

SAŽETAK

Predmet ovog rada su matematički simboli te njihova uporaba u pomorstvu. Pomorstvo kao znanost uvijek je bilo usko vezano za matematiku. Pomorci se matematikom služe da bi riješili brojne probleme vezane za stabilitet, navigaciju, utjecaj vanjskih sila na brod. Pri tome susreću i koriste razne matematičke simbole kao što su simboli za zbrajanje, oduzimanje, množenje, dijeljenje, simboli za trigonometrijske funkcije, simboli iz Grčkog alfabeta i ostali simboli koji im pomažu pri rješavanju problema. Razvoj matematike i matematičkih simbola odigrao je veliku ulogu pri stvaranju tehnologija koje se danas mogu pronaći na svakom brodu te olakšavaju život svakom pomorcu.

Ključne riječi*:* *matematika, pomorstvo, simboli, trigonometrija, Grčki alfabet*

ABSTRACT

The subject of this paper are mathematical symbols and their use in maritime affairs. Maritime as a science has always been closely related to mathematics. Sailors use mathematics to solve many problems related to stability, navigation, the impact of external forces on the ship. In doing so, they encounter and use various mathematical symbols such as symbols for addition, subtraction, multiplication, division, symbols for trigonometric functions, symbols from the Greek alphabet and other symbols that help them solve problems. The development of mathematics and mathematical symbols has played a major role in creating technologies that can be found on every ship today and make life easier for every sailor.

Keywords: *mathematics, seamanship, symbols, trigonometry, Greek alphabet*

SADRŽAJ

1. UVOD

Pomorstvo se može definirati kao skup svih djelatnosti koje imaju nekakve veze sa morem. Pomorstvo kao samostalna grana nije se moglo razvijati bez drugih prirodnih znanosti kao što su matematika, fizika i kemija. Usporedno s razvojem civilizacije i prirodnih znanosti, razvija se i pomorstvo.

Cilj rada je pokazati da su matematika i matematički simboli veliki dio pomorstva, te da bez njih pomorstvo ne bi moglo funkcionirati.

Rad se sastoji od sedam dijelova. Nakon uvoda, koji je prvi dio, drugi dio obradit će matematiku. Prikazat će se matematika Sumerana, Egipćana i Grka te moderna matematika i problemi koje rješava. Treći dio odnosi se na pomorstvo. Tu će se vidjeti kako je pomorstvo napredovalo od skromnih početaka i izgradnje prvih čamaca do današnjeg modernog pomorstva i brodova dužih od 300 metara. Nakon toga u četvrtom dijelu opisani su simboli i njihova evolucija, od prvih nastalih u špiljama, do modernih koji se koriste svakodnevno. Peti dio prikazuje matematiku koja se koristi u pomorstvu, te matematičke simbole koji su vezani uz probleme koje matematika rješava. Riječ je o simbolima iz grčkog alfabeta, simbolima za trigonometrijske funkcije i drugim matematičkim simbolima koji se koriste pri izračunu stabiliteta, navigaciji, konstrukciji broda i ostalim aktivnostima vezanim uz pomorstvo. Šesti dio rada prikazuje matematiku i matematičke simbole vezane za astronomsku navigaciju.

U posljednjem poglavlju rada dan je kratak osvrt na temu te su iznesena osobna mišljenja o važnosti matematike i matematičkih simbola za pomorstvo.

2. MATEMATIKA – RAZVOJ ZNANOSTI

Matematika je znanost koja proučava veličine i prostore. Proizašla je iz različitih vrsta problema koje su ljudi pokušali riješiti uz pomoć znanosti koja se danas naziva matematika. Počeci matematike su brojenje, računanje, mjerenje u svakodnevnom životu, tj. rješavanje konkretnih problema. Poslije je matematika postala sve apstraktnija. Matematika se dijeli na čistu i primijenjenu.

Čista matematika proučava matematičke koncepte koji se ne moraju nužno koristiti u nekim drugim znanstvenim područjima. Ovdje spadaju veći dio teorije skupova i matematičke logike, kao i mnogi rezultati matematičke analize, algebre i drugih disciplina. Primijenjena matematika rješava matematičke probleme s kojima se susreću kemičari, fizičari, ekonomisti i drugi, samim time matematika postaje osnova tih znanosti. Ovamo spadaju posebno numerička matematika i velik dio teorije diferencijalnih jednadžbi, vjerojatnosti i statistike.

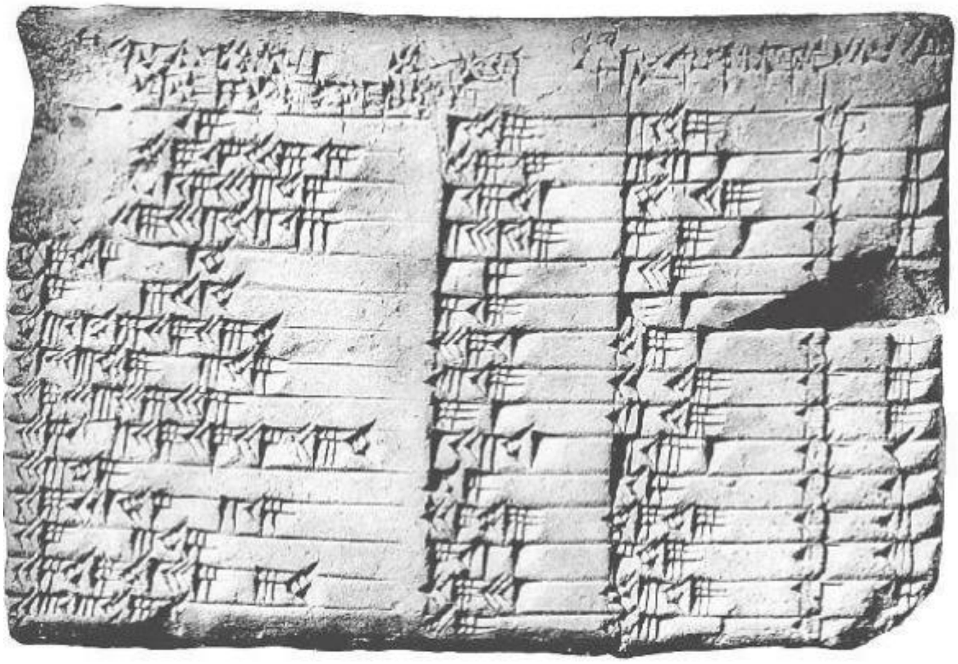
Riječ matematika potječe od Pitagorejaca. Začeci matematike su u pretpovijesti, a važnu ulogu ima u svim starim kulturama. Razvoj matematike naročito je ubrzan u vrijeme talijanske renesanse u 16. stoljeću, a nastavio se sa znanstvenom revolucijom tijekom 17. i 18. stoljeća. Moderna matematika veliku zahvalnost duguje razvoju računala.

2.1. MATEMATIKA BABILONIJE

U Mezopotamiji su Sumerani razvili visoku kulturu, a posebno matematiku i astronomiju. Koristili su brojevni sustav s bazom 60 (seksagezimalni). Tragovi tog sustava ostali su do danas u mjerenju vremena pa zbog toga sat ima šezdeset minuta a minuta šezdeset sekundi. Do tog trenutka preferira se sustav s bazom 10 jer se kao pomoć pri računanju koriste ruke tj. prsti kojih je također 10. Danas se koriste brojni brojevni sustavi npr: Računala za zapis podataka koriste binarni (baza 2), oktalni (baza 8) i heksadekadski sustav (baza 16). Po ovome se da zaključiti da bi bez Sumerana razvitak brojevnih sustava bio puno sporiji.

Sumerani su poznavali aritmetički i geometrijski red. Rješavali su kvadratne i linearne jednadžbe a pronađena su i rješenja nekoliko jednadžbi trećeg stupnja. Drugi korijen broja dva odredili su s točnošću koja od prave vrijednosti odstupa tek za jednu milijuntinu.

Kao dokaz ovome sačuvane su glinene pločice te se iz njih može zaključiti da se vodila nastava iz matematike. Sve ovo bilo je postignuto u Hamurabijevo doba (oko 1792.-1750. pr. Kr.) Veliku važnost u babilonskoj matematici imala je pločica Plimpton 322. Analizom ove pločice ustanovljeno je da su babilonski matematičari bili upoznati s Pitagorinim poučkom čak tisuću godina prije samog Pitagore [11].



Slika 1. Plimpton 322 [11]

2.2. MATEMATIKA EGIPĆANA

Medu najstarijim matematičkim izvorima u kojima se saznaje o egipatskoj matematici, bitno je istaknuti Rhindov papirus i Moskovski papirus. U prethodno navedenim papirusima pronađeni su zadaci vezani za praktične probleme, rješavanje linearnih jednadžbi, računanje volumena i još mnogi drugi.

Rhindov papirus je 1858. otkrio škotski egiptolog Henry Rhind u Luxoru. Pisan je hijeratskim pismom, 1650. godine pr. Kr., a pisao ga je pisar Ahmes. Pretpostavlja se da sadržaj predstavlja matematiku poznatu oko 2000. pr. Kr. budući da Ahmes pri pisanju navodi da prepisuje starije dokumente. U originalu je to svitak duljine 6 metara, a širine 30 centimetara i u njemu se nalazi 87 matematičkih problema.

Moskovski papirus poznat je i pod nazivom Goleniščevljev papirus jer ga je pronašao ruski egiptolog Vladimir Goleniščevljev. Moskovski papirus je stariji od Rhindovog papirusa jer potječe iz oko 1850. godine pr. Kr. te je pisan hijeratskim pismom. Duljina papirusa je oko pola metra, širina oko 8 centimetra i sadrži 25 problema od kojih mnogi nisu čitljivi. Zahvaljujući Moskovskom papirusu pronađena su najveća dostignuća egipatske geometrije [14].

Stari Egipćani zbrajali i oduzimali su skupljanjem istih simbola zajedno i pretvaranjem njih 10 u jedan simbol sljedeće razine.

Egipćani su, osim zbrajanja i oduzimanja, dobro poznavali množenje, dijeljenje i razlomke. Ovo je način na koji su zapisivali razlomke:

$$\frac{6}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} \tag{1}$$

Zapis 6/7 koji se danas koristi:

$$\frac{6}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} \tag{2}$$

Oba načina zapisivanja su ispravna, međutim Egipćani su smatrali da je besmisleno i kontradiktorno dopustiti takav način prikazivanja razlomaka. Smatrali su kako postoji samo jedan dio koji može biti sedmina nečega. Jedinične razlomke ekvivalentne 6/7 bi pronašli postupkom dijeljenja 6 sa 7.

Iz Rajndova papirusa se vidi da su Egipćani već tada znali za geometrijske proporcije ili razmjere, za proporcionalnost strana dvaju sličnih pravokutnih trokuta te način računanja površine kruga.

Površinu kruga računali su prema formuli:

$$P = \left(\frac{8}{9} \times d\right)^2 \tag{3}$$

gdje je:

d – dijametar.

Ako se ta formula usporedi sa formulom za površinu kruga:

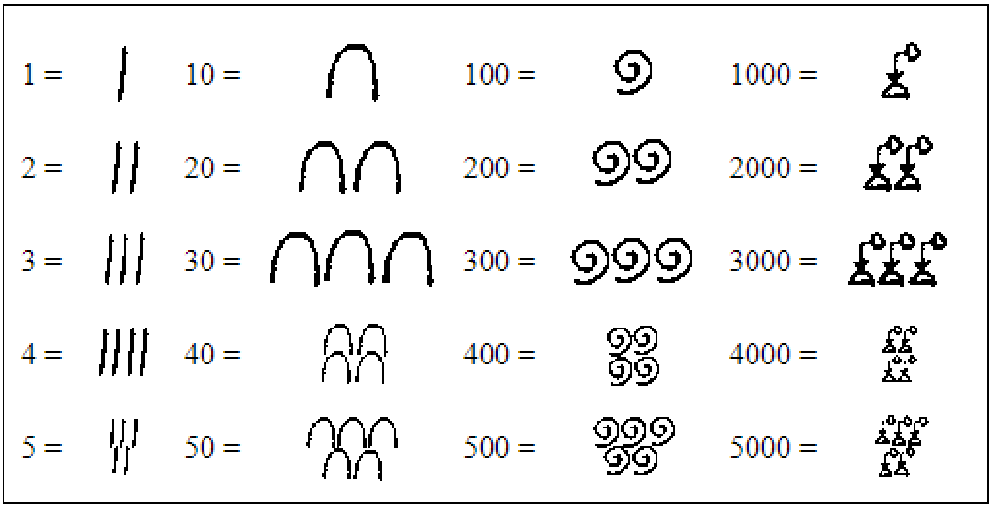
$$P = \pi r^2 \tag{4}$$

gdje je:

r – radius,

može se zaključiti da su stari Egipćani gotovo 1000 godina prije stvarnog otkrića broja π znali njegovu približnu vrijednost. Naime, po njihovim računima π bi iznosio približno 3.1605.

"*Stari Egipćani nisu poznavali oznake za množenje, dijeljenje, jednakost, drugi korijen, decimalnu točku, nisu čak ni znali za "obični" razlomak, nisu se pitali zašto nešto funkcionira, nisu tražili univerzalnu istinu formuliranu simbolima koji bi jasno i logički pokazali njihov misaoni proces. Ali su se zato koristili i sedmeroznamenkastim brojevima, imali su neku čudnu mješavinu jednostavnosti i začudne kompliciranosti u svojim računima, ali taj se koncept pokazuje kao potpuno jedinstvena i zatvorena cjelina.*" [14]



Slika 2. Egipatski zapis brojeva [18]

2.3. MATEMATIKA GRKA

Stari Grci su već u doba prvih olimpijskih igara 776. pr. Kr. imali veoma dobro razvijenu književnost ali ne i matematiku. Iako su i prije njih postojali grčki matematičari tek sa pojavom Talesa Mlečanina i nešto kasnije Pitagore Grčka matematika doživljava procvat. Za razliku od svojih prethodnika, Egipćana i Babilonaca koji su matematiku isključivo koristili za rješavanje svakodnevnih problema, Grci su o njoj mislili i na apstraktan način. Veliki utjecaj na širenje znanja o matematici i razvitak znanosti Grci zahvaljuju tome što su bili veliki putnici. Sa tih putovanja donosili bi nova znanja i vještine koje bi im pomogne u rješavanju problema.

2.3.1. Tales Mlečanin

Otac grčke filozofije i znanosti, živio je od 624. do 546. pr. Kr. Bio je prvi grčki matematičar, astronom i filozof. Slavu je stekao predviđanjem pomrčine Sunca. Velik utjecaj na Talesa imali su Egipatski svećenici koji su ga podučavali geometriju.

Talesovi poučci:

- Krug je svakim svojem promjerom podijeljen na dva dijela jednakih površina.
- Kutovi uz osnovicu jednakokračnog trokuta su jednaki.
- Kutovi između dva pravca koji se sijeku su jednaki (misli se na vršne kutove.)
- Dva su trokuta sukladna ako se podudaraju u jednoj stranici i dva kuta uz tu stranicu.
- Kut nad promjerom kružnice je pravi.

Posljednji po redu navedeni poučak (o kutu nad promjerom kružnice) je danas poznatiji kao "Talesov poučak". Povjesničari smatraju da je taj fenomen (iskaz poučka) prvi opisao upravo Tales - bila je to novina koju nije preuzeo od Egipćana [11].

Svojim životom i radom Tales je utjecao na Pitagoru, Anaksimena, Euklida te Arhimeda

2.3.2. Pitagora

Grčki filozof i matematičar, živio je od 571. do 497. pr. Kr. Pitagora je začetnik teorijske matematike, egzaktnih istraživanja u fizici. Najvažniji doprinos matematici je Pitagorin poučak koji glasi:

Kvadrat sa stranicom hipotenuze trokuta (*c*) površinom je jednak zbroju kvadrata sa stranicama trokuta (*a, b*):

$$c^2 = a^2 + b^2 \tag{5}$$

Pitagora je začetnik tzv. Pitagorejske škole čiji su se sljedbenici i nakon njegove smrti nastavili sa radom i dostizanjem nekih novih spoznaja o matematici, geometriji i astronomiji [11].

Iako su poznati kao začetnici brojnih teorija i zakonitosti, starogrčki matematičari nisu znali odgovor na tri pitanja. Kako konstruirati kocku čiji je obujam jednak dvostrukom obujmu zadane kocke, kako konstruirati kvadrat jednake površine zadanom krugu, ali i kako podijeliti kut na tri jednaka dijela pomoću šestara i ravnala. Za sva tri problema poslije se dokazalo da su nemoguća.

2.4. MODERNA MATEMATIKA

U modernim vremenima često postavljeno pitanje je koliko se matematike zna te koliko je matematike ostalo za otkriti. Procjenjuje se da bi sve današnje matematičko znanje stalo u 60000 svezaka prosječne veličine. Smatra se da je matematika beskonačna te da se nikada neće do kraja otkriti, tj. da će uvijek biti nekih matematičkih problema koji se neće moći riješiti.

S razvitkom tehnologije napredak matematike nikad nije bio brži. Moderna matematika zadire u sve druge znanosti te se može podijeliti na jako velik broj područja. Teorija grafova, geometrija, topologija, statistika, teorija brojeva, teorija kaosa, financijska matematika, kombinatorika samo su neka područja kojima se matematika bavi.

Smatra se da se moderna matematika počela razvijati prije otprilike četiri stoljeća zahvaljujući radovima znanstvenika (Kepler, Galileo, Newton, Leibniz), koji su nastojali prodrijeti u zakone fizike. Razvitkom matematike slijedi razvitak drugih znanosti. Danas otkrića u matematici vrlo često prethode otkrićima i teorijama u drugim znanostima. Moderna ekonomija, kemija, fizika i gotovo svaka druga znanost ne bi bile iste da nije bilo moderne matematike.

Svakodnevno se otkrivaju nove stvari u matematici ali za neke probleme matematičari još nisu spremni. Neki od najvažnijih ne riješenih matematičkih problema nazivaju se "Millennium problems" te se za njihovo rješenje nudi 1 000 000 $.

3. POMORSTVO

Pomorstvo je djelatnost koja se može definirati u užem i širem smislu. U užem smislu pomorstvo označava pomorske vještine, posebno upravljanje i manevriranje brodom, rukovanje brodskom opremom i teretom. Pomorstvo, u širem smislu je skup djelatnosti, vještina i društvenih odnosa na moru ili u vezi s morem.

Pomorstvo obuhvaća:

- pomorstvo gospodarstvo tj. djelatnosti koje iskorištavaju more ili morsko bogatstvo ili su u izravnoj vezi s tim djelatnostima (npr: brodarstvo, ribarstvo, pomorski turizam, brodogradnja)
- neprivredne djelatnosti (obrazovne, znanstvenoistraživačke, kulturne djelatnosti)

Pojam pomorstva u širem smislu također obuhvaća osobe i sredstva za rad koja služe pomorskim djelatnostima.

Osnovni preduvjet za postojanje pomorstva su vodeni putevi od kojih je najbitnije more. Mora povezuju sve kontinente te predstavljaju najjeftiniji oblik transporta upravo zbog toga što izgradnja infrastrukture, za plovne puteve, nije potrebna. Današnje pomorstvo je toliko razvijeno i toliko jeftinije od drugih metoda transporta da se preko 90% svog tereta prevozi upravo morem. Trenutno postoji više od 50 000 trgovačkih brodova koji rade na međunarodnoj razini, prevozeći razne vrste tereta. Svjetska flota je registrirana u više od 150 zemalja, a na tim brodovima radi preko million mornara iz svih zemalja svijeta.

3.1. POMORSTVO KROZ POVIJEST

Potreba za plovidbom rađa se u najranijem razdoblju čovjekova razvoja. Prvi čamci nastali su u mezolitiku. To su bili jednostavni "dugout" čamci, tj. čamci od izdubljenog drveta. "Pesse canoe" je najstariji primjer čamca, pretpostavke su da je nastao oko 8000. pr. Kr. [17]

Slika 3. Pesse canoe [17]

Kronološki se razvoj pomorstva može podijeliti na sljedeće faze:

- Pomorstvo starog vijeka (od prvih početaka do 6. stoljeća)
- Pomorstvo srednjeg vijeka (od 6. stoljeća do 15. stoljeća)
- Doba velikih geografskih otkrića (od 15. stoljeća do 19. stoljeća)
- Suvremeno doba razvoja pomorstva (od 19. stoljeća do danas)

"*U počecima u navigaciji je prevladavala sigurnost plovnog puta koja se temeljila na vlastitom iskustvu. Razvojem navigacijskih metoda osim sigurnog bira se i što kraći put i time navigacija počinje koristiti znanstvene metode. U kasnijim povijesnim razdobljima postavljaju se oznake koje pridonose sigurnosti, razrađuju se teorijske osnove određivanja koordinata, vrše se mjerenja, razrađuju nove metode orijentaicije.*" [23]

3.1.1. Pomorstvo starog i srednjeg vijeka

Plovidba u starom vijeku odvijala se većinom uz obalu. Prve stare civilizacije koje su razvijale pomorstvo bili su Egipćani, Feničani, Krećani i Grci. Već u tom razdoblju dobar dio trgovine tih zemalja obavljao se putem mora. Većina plovidbe obavlja se u Sredozemlju, tek rijetki plove uz Atlantsku obalu Europe. Feničani prvi uspijevaju oploviti Afriku te razviti trgovinu s Indijom. I ako je pomorstvo u Sredozemlju bilo razvijeno i prije njih, oni ga dižu na novu razinu. Prvi su narod koji je pomorskom djelatnosti zahvatio cijelo Sredozemlje.

Njihovu tradiciju preuzimaju Grci te je usavršavaju. Zaslugom Grka nastaje prvi udžbenik za navigaciju. 600. pr. Kr Tales iz Mileta pravi prvi udžbenik te izrađuje prvu kartu u nekoj projekciji, bila je to karta nebeske sfere u gnomonskoj projekciji. Njegov rad nastavlja Hiparh koji oko 150. pr. Kr pravi stereografsku i ortografsku projekciju. Grci su također zaslužni za prvi brodski dnevnik - Rekonstrukcija bitke kod Salamine 480. pr. Kr.

Radi sigurnosti plovidbe počinju se praviti i svjetionici, najpoznatiji je Pharos, svjetionik na ulazu u Aleksandrijsku luku koji je prema procjenama nastao između 280. i 247. pr. Kr. te bio visok najmanje 100 metara. Radi svoje važnosti te dostignuća u arhitekturi i građevinarstvu uvršten je među 7 svjetskih čuda Antike. Na žalost oštećen je u potresu iz 955. Da bi ga potres iz 1375. potpuno uništio. [2]

Tijekom srednjeg vijeka, a osobito nakon otkrića kompasa, pomorstvo doživljava procvat. Uz kompas, krmeno kormilo je jedan od najvažnijih izuma srednjeg vijeka jer je upravljivost broda podigao na do tad neviđenu razinu. Srednji vijek označava početak razvoja astronomije i kartografije, sukladno tome nastaju prve astronomske tablice (Toledske tablice iz 1080.g) i prve nautičke karte (Cartana Pisana s kraja 13. stoljeća). Usprkos svim inovacijama većina plovidbe se i dalje vrši Sredozemljem u neposrednoj blizini obale. [22]

3.1.2. Velika geografska otkrića i moderno pomorstvo

Velika geografska otkrića dogodila su se između sredine 15. i sredine 16. stoljeća. U tih stotinjak godina, europski pomorci su uspjeli posjetiti gotovo svaki naseljeni dio svijeta. Usporedno otkrićima počinje kolonizacija. U početku prednjače pomorske sile Španjolska i Portugal a zatim im se pridružuju Nizozemska, Francuska i Velika Britanija koja od kraja 17. stoljeća postaje "Gospodarica mora" tj. vodeća pomorska i kolonijalna sila. Veliku ulogu u otkrićima igrali su izumi iz srednjeg vijeka kao što je kompas, ali naravno razvijaju se i nove tehnologije. Jedna od ključnih bila je karaka, to su bili brodovi sa 3 ili 4 jarbola, razvijeni u Veneciji tijekom 14. i 15. stoljeća koji su bili dovoljno sigurni za plovidbu Atlantskim oceanom. Najpoznatija karaka bila je Santa Maria s kojom je Kristofor Kolumbo doplovio do Amerike. Prvi put od starog vijeka sredozemno more gubi na važnosti te se plovidba seli na Atlantik [22].

Veliki utjecaj na pomorstvo, kao i na sve ostale djelatnosti imala je industrijska revolucija. Najveću važnost za pomorstvo imaju izumi kronometra i parobroda. Uz to razvijaju se instrumenti za mjerenje visina (oktant i sekstant), suvremene metode astronomske navigacije, 1884. Greenwich se usvaja kao početni meridijan te se na istoj konferenciji zemlja dijeli u 24 vremenske zone. Sve veći značaj se pridaje linijskoj plovidbi i putničkom prijevozu. Uz razvitak brodova i navigacijskih instrumenata, razvijaju se i plovni putevi.

U studenom 1869. godine u promet je pušten Sueski kanal koji ponovo vraća dio brodova u Sredozemlje jer njegovim otvaranjem put iz Europe do dalekog istoka se smanjiva za oko 40% (Put iz Londona do Perzijskog zaljeva smanjen je sa 11,300 NM na 6,400NM (43%) te se broj dana putovanja smanjiva s 24 na 14). 1914. u promet je pušten panamski kanal koji znatno povećava povezanost između Tihog i Atlantskog oceana. U 20. stoljeću razvoj pomorstva dodiriva najvišu točku u dotadašnjoj povijesti. Uz razvoj znanosti i tehnologije, razvoju pomorstva indirektno su pomogli dva velika rata. Mnogo resursa se ulagalo u ratnu mornaricu kako bi se dobila prevaga na moru. Sve te inovacije se danas koriste i na komercijalnim brodovima.

Neki od izuma 20. stoljeća:

- 1907. – Hidrodinamički brzinomjer
- 1911. – Žiro kompas
- 1921. – Prvi radiofar
- 1935. - Konstruiran prvi RADAR, (u vojne svrhe)
- 1957. – Konstruiran atomski sat

Tijekom 2. svjetskog rata razvijaju se hiperbolički navigacijski sustavi, a 1964. godine u upotrebi je prvi navigacijski satelitski sustav TRANSIT. GPS testiran 1975. a s radom je počeo 1981. Pred kraj stoljeća događa se sve veća uporaba računala u pomorstvu, sve veći razvoj i uporaba elektroničkih karata te automatizacija u pomorstvu [23].

4. SIMBOLI

"*Živimo u svijetu simbola i svaki dan se služimo znakovima, a da toga nismo svjesni. Čovjek je razvio opsežan rječnik znakova i simbola. Poznato je što su znakovi i simboli, ali razlika između njih je ponekad nejasna. Znak je izravan u svojoj funkciji te može biti sastavni dio pisanog ili vizualnog jezika, vizualni rječnik upozorenja o cesti koja je pred nama ili upečatljiv iskaz o proizvodu neke tvrtke. Znakovi nam šalju jednostavnu poruku čije je značenje neposredno i trenutačno*." [1] Simbol je vizualni prikaz ili znak koji predstavlja ideju. Križ primjerice simbolizira žrtvu i uskrsnuće, dok ptica simbolizira slobodu.

Simboli i znakovi imaju dvije jako bitne karakteristike:

- Prijenos informacija je znatno brži nego kod verbalne komunikacije
- Omogućuju globalnu komunikaciji, tj. ne nailaze na jezične barijere

Važnost znakova i simbola može se pokazati preko idućeg primjera. Ako turist iz Francuske dođe u hrvatsku i vidi znak (Slika 4.) odmah će mu biti jasno da mu je zabranjeno koristiti mobitel. Međutim ako umjesto znaka naiđe na natpis "Zabranjeno korištenje mobitela" taj natpis mu, radi jezične barijere, neće ništa značiti te u nedostatku informacija možda prekrši zabranu i samim time nekome napravi štetu.

Slika 4. Zabrana korištenja mobitela [16]

4.1. POČECI SIMBOLA I SPILJSKA UMJETNOST

"*Prapovijesna umjetnost na stijeni predstavlja do sada najveće svjedočanstvo o umjetničkim, spoznajnim i kulturnim počecima čovječanstva... Trebalo bi, prije svega, odbaciti predrasude o podrijetlu ove umjetnosti. Ona se nije iznenada pojavila, već se postepeno razvijala, sa kognitivnim sazrijevanjem ljudske vrste. U vrijeme kada se čuvena pećinska umetnost pojavila u Francuskoj i Španjolskoj, već je duga umjetnička tradicija postojala u južnoj Africi, Levantu, istočnoj Europi, Indiji, Australiji i bez sumnje, u mnogim drugim zemljama u kojima ona još nije dovoljno istražena.*" [3]

Upravo ta umjetnost je prvi izvor simbola, najme prva pećinska umjetnost za koju se zna nastala je prije oko 200.000 – 300.000 godina u pećinama današnjeg Izraela. Neki od prvih simbola koji se mogu naći u tim pećinama su simboli ruke, zmije i bika. Zanimljivo je da unatoč velikoj geografskoj udaljenosti, ljudi su u istim periodima u prapovijesti imali iste umjetničke domete, koristili su potpuno iste materijale i tehnike, imali vrlo slične ili čak identične simbole i teme.

Slika 5. Spiljski prikaz konja [19]

4.2. SIMBOLI DANAS

Simboli, kao i sve ostalo razvijaju se svakim danom. Razvojem novih tehnologija, kao što su društvene mreže, došlo je do korištenja novih simbola – emotikona. Emotikoni su primjer nastajanja novih simbola, nešto sto nije postojalo prije 20 godina, danas svakodnevno koriste milijuni ljudi sa svih krajeva svijeta. Razvojem književnosti i filma nastaju novi likovi koji postaju simboli. Hulk – simbol snage, Sherlock Holmes – simbol inteligencije, Superman – simbol poštenja. To su samo neki od mnogobrojnih primjera nastajanja novih simbola.

Osim tih novonastalih simbola, neki simboli kroz povijest mijenjaju svoje značenje. Najbolji i najpoznatiji primjer toga je simbol svastike. (Sanskrt., od *svasti:* sreća, dobrobit) simbol svastike kroz povijest možemo naći u svim krajevima svijeta. Upotrebljavali su je Maje, upotrebljavala se u Mezopotamiji, u Indiji je i danas koriste Hinduisti i Budisti. Izvorni oblik svastike, simbolizirao je blagostanje i sreću dok se je danas situacija potpuno drugačija. Dana 15.09.1935. crna svastika na crvenoj podlozi postaje zastava nacističke Njemačke i od tog dana pa do danas simbolizira zlo, mržnju i rat te je njena uporaba zabranjena u mnogim državama.

Simboli su danas toliko rasprostranjeni da se život modernog čovjeka ne može zamisliti bez njih. Veliki dio komunikacije odvija se putem simbola i znakova. U obavljanju svakodnevnih aktivnosti kao što su vožnja ili kupovina namjernica susret sa znakovima kao što su "STOP" ili "Obavezan smjer" je neizbježan, te uz njihovu pomoć točno znamo kako se ponašati. Sa sigurnošću se može zaključiti da su simboli svuda oko nas, da su sastavni dio života čovjeka 21. stoljeća te da čovjekova sadašnjost, prošlost i budućnost ne bi bile iste bez njih.

5. MATEMATIČKI SIMBOLI U POMORSTVU

Budući da je pomorstvo usko vezano uz matematiku za očekivati je da je prepuno matematičkih simbola. Neki od tih simbola kao što su +, - , : , · , >, < , =, (,) , te brojevi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 su toliko česti da se sa sigurnošću može zaključit da se mogu pronaći u svim granama pomorstva, od projektiranja i gradnje brodova i luka, preko navigacije do izračuna ekonomičnosti. Osim tih, opće korištenih, simbola pomorstvo je puno i drugih simbola. Simbola iz grčkog alfabeta, simbola trigonometrijskih funkcija, rimskih brojeva, simbola za integraciju i drugih.

5.1. SIMBOLI IZ GRČKOG ALFABETA

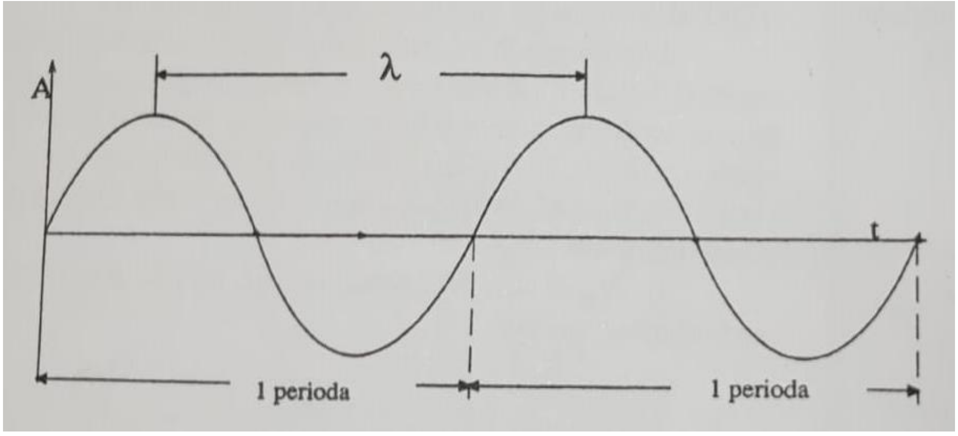
Simboli grčkog alfabeta svakodnevna su pojava u pomorstvu. Budući da se kutovi gotovo uvijek označavaju grčkim alfabetom, kako u pomorstvu tako i u drugim tehničkim znanostima, simboli poput α (alfa) β (beta) γ (gama) kojima su ti kutovi najčešće označeni, česta su pojava prilikom velikog broja izračuna bitnih za pomorstvo.

Uz to α u astronomskoj navigaciji predstavlja rektascenziju tj. luk nebeskog ekvatora od proljetne točke do nebeskog meridijana koji prolazi kroz nebesko tijelo i surektascenziju (360° - α) – luk nebeskog ekvatora od proljetne točke do meridijana koji prolazi kroz nebesko tijelo. Česti simboli koji se mogu vidjeti u navigaciji su λ (lambda) koja označava geografsku dužinu, φ (fi) simbol za geografsku širinu te ω (omega) koja je oznaka azimuta.

$$P_Z = \begin{cases} \varphi = 19°40{,}0'\,S \\ \lambda = 030°15{,}0'\,E \end{cases}$$

Slika 6. Pozicija zbrojena [9]

λ osim što je simbol geografske dužine u navigaciji, označava valnu duljinu te se kao takva može naći u priručnicima vezanim za komunikaciju u GMDSS-u, korištenje radara te u izračunima vezanim za morske valove (proračuni strmosti i potencijala brzine).



Slika 7. Vremenska ovisnost iznosa elektromagnetskog vala [4]

Sljedeći primjer primjene simbola je prikazan na slici 7. Ista prikazuje dvije periode (potpune promjene jednog vala). Udaljenost između dva vrha titraja naziva se valnom duljinom i označava λ. Odnos frekvencije i valne duljine dat je u sljedećoj formuli [4]:

$$v = \lambda \cdot f \tag{6}$$

gdje je:

v - brzina valova

λ - valna duljina

f - frekvencija

Primjer korištenja λ u izračunu dometa radara [10]:

$$r = \sqrt[4]{\frac{1}{4} \cdot \frac{P_{\max}}{P_{\min}} \cdot \frac{A^2}{\lambda^2} \cdot \delta \cdot \mu} \tag{7}$$

gdje je:

R - domet

$P_{\max}$ - maksimalna snaga predajnika

$P_{\min}$ - minimalna osjetljivost prijamnika

A - površina antene

λ - valna dužina

δ - površina objekta

μ - koeficijent odbijanja

Najvažnija uloga π (pi) u pomorstvu, kao i u ostalim prirodnim i tehničkim znanostima je predstavljanje omjera između opsega i promjera kruga koji iznosi ≈ 3,14159.

U toj ulozi može se naći pri izračunima u hidrodinamici broda (izračun površinskih valova), stabilitetu (valjanje broda), meteorologiji (izračun rasprsnog odbijanja), pri dizajniranju broda, rukovanju teretom i mnogim drugim sferama pomorstva.

π u izračunu iskoristivosti vijka koji je definiran formulom [12]:

$$\eta_D = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_E}{P_D} = \frac{R_T \cdot V_s}{Q \cdot 2\pi \cdot n} \tag{8}$$

gdje je:

η_D - kvazi propulzivni koeficijent

P_E - efektivna snaga, tj. snaga potrebna za svladavanje ukupnog otpora, odnosno održavanje brzine broda

P_D - snaga dovedena propulzoru

R_T - ukupni otpor broda

v_S - brzina broda

Q - moment koji se dovodi propulzoru

n - brzina vrtnje

Uz to π u astronomskoj navigaciji predstavlja paralaksu, tj. prividnu promjenu položaja promatranog objekta s promjenom mjesta promatrača.

Σ (sigma) označava sumu. Koristi se u raznim izračunima vezanim za ekonomičnost broda (ukupna potrošnja goriva, troškovi špediterskih i agencijskih naknada, troškovi teškog i lakog goriva u plovidbi). Također sigma je vrlo čest simbol kad je u pitanju stabilitet gdje označava sumu uzdužnog i vertikalnog momenta, sumu momenta slobodnih površina te u računanju središta gravitacije prilikom rukovanja teretima.

Korištenje Σ prilikom računanja ukupnih agencijskih i špedicijskih troškova [8]:

$$Taš = K_0 \cdot Dl \cdot \left[\sum_{i=1}^{n=1} \delta_i \cdot \lambda_i \cdot aš_i \right] \tag{9}$$

$$\delta_i = \frac{Ot_i}{K_0} \tag{10}$$

$$\lambda_i = \frac{Dl_i}{Dl} \tag{11}$$

gdje je:

$Taš$ - ukupni agencijski i špedicijski troškovi

n - broj luka na razmatranom putovanju

aš - agencijski i špediterski troškovi po jedinici količine , za putovanje od luke i di luke i +1

λ_i - omjer između duljine puta između luke i te i +1 i ukupne duljine određenog puta određenog putovanja

δ_i - omjer između prevezene količine jediničnog terete između luke i te luke i +1 i skladišnog kapaciteta broda

Dl - ukupna duljina puta na određenom putovanju

Dl_i - duljina puta između luke i te i + 1

Ot - količina prevezenih jedinica tereta između luke i te luke i + 1

K_0 - skladišni kapacitet broda

Δ (delta) je također vrlo čest simbol, najčešće simbolizira promjenu veličine te se, slično kao α, β i γ koristi u velikom broju izračuna. Δt gotovo uvijek simbolizira promjenu vremena, Δp razliku tlaka, Δv razliku volumena, ΔM razliku mase. Osim toga može simbolizirat razlike u površini, duljini, energiji, gustoći. Česta uporaba Δ je i u navigaciji gdje ΔK predstavlja razliku dvaju kursova, $\Delta \varphi M$ razliku Merkatorovih širina, Δn promjenu devijacije nagnutog broda, ΔV razliku prave i računate visine.

Pomorcima je još i poznat kao simbol za istisninu, tj. težinu vode koju brod istiskuje svojim trupom.

$$\Delta = V \cdot \delta \tag{12}$$

gdje je:

Δ - istisnina broda

V - volumen

δ - specifična težina vode (morska voda δ = 1,025 t/m^3

slatka voda δ = 1,000 t/m^3)

To su samo neki od primjera korištenja simbola grčkog alfabeta. Pri projektiranju i gradnji broda i sve opreme koja ide uz njega može se naići na gotovo svaki simbol alfabeta. Osim toga česti su u znanostima kojima se ne bave pomorci, a bitne su za pomorstvo. Npr. meteorologija gdje je α simbol za obujam plina, β kut između površinskog i unutarnjeg trenja, ΔU simbol unutarnje energije te mnogobrojni drugi simboli koji služe prilikom izrade vremenske prognoze koja je iznimno bitna za pomorstvo, tj. planiranje putovanja u pomorstvu [6].

Primjer korištenja grčkog alfabeta u meteorologiji prilikom računanja Coriolisova parametra:

$$f = 2 \cdot \omega \cdot \sin\varphi \tag{13}$$

gdje je:

f - Coriolisov parametar

ω - kutna brzina zemlje

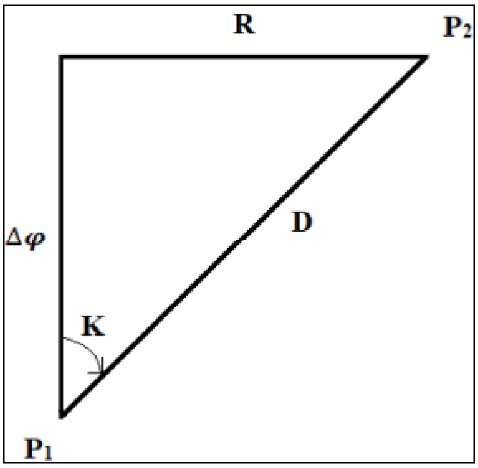
φ - zemljopisna širina

5.2. SIMBOLI TRIGONOMETRIJSKIH FUNKCIJA

Trigonometrija je grana matematike koja proučava odnose između stranica i kutova trokuta. Simboli koji se koriste za predstavljanje tih funkcija su *sin* - sinus, *cos* - kosinus, *tan* - tangens, *cot* - kotangens. Mogu se naći u terestričkoj navigaciji (računanje udaljenosti iz dva smjeranja istog objekta, popravak ortodromskog azimuta za velike udaljenosti, popravak greške žiro kompasa, trokut kursa, trokut srednje geografske širine, Mercatorov trokut, izrada kartografskih projekcija) pri računima stabiliteta (utjecaj vjetra na stabilitet, utjecaj pomaka masa na brodu, stabilitet pri malim kutovima nagiba) u hidrodinamici broda (refleksija vala, brzina čestica vode, tlak vode ispod vala).

5.2.1. Uporaba trigonometrije u terestričkoj navigaciji

Uporaba trigonometrijskih funkcija u terestričkoj navigaciji prilikom računanja razmaka, razlike geografske širine i kursa uz pomoć trokuta kursa:



Slika 8. Trokut kursa [10]

$$\tan K = \frac{R}{\Delta\varphi} \quad (14)$$

$$R = D \cdot \sin K \quad (15)$$

$$\Delta\varphi = D \cdot \cos K \quad (16)$$

gdje je:

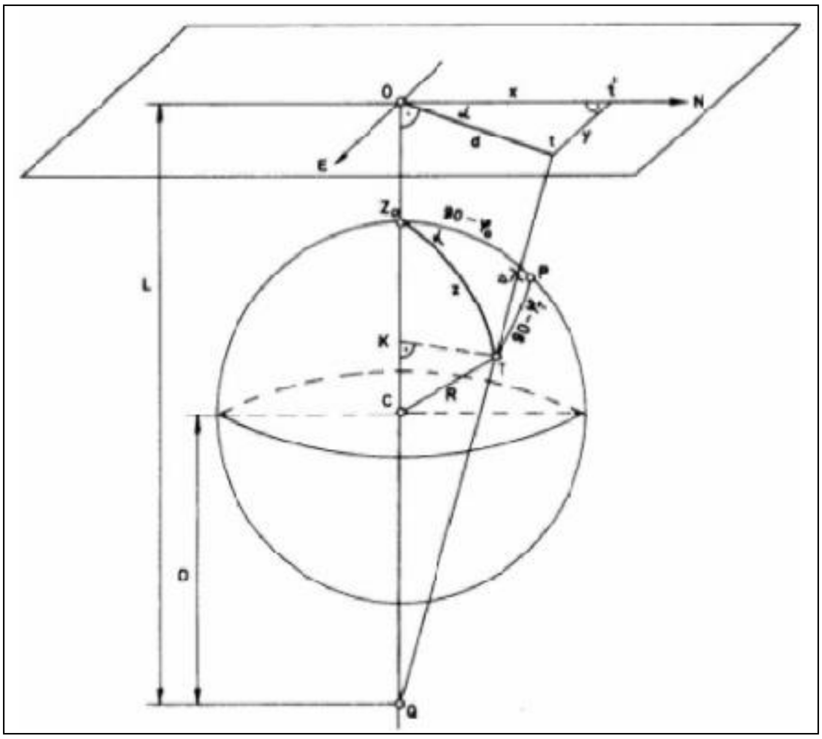
R - razmak

D - prevaljeni put

K - kurs

$\Delta\varphi$ - razlika geografske širine

Trigonometrija je temelj kartografskih projekcija koje su bitne jer služe kao matematička osnova za izradu karata. Perspektivne projekcije su one koje nastanu kada se Zemljina površina projicira na ravninu. Dijele se na gnomonske, stereografske, ortografske i vanjske projekcije. Primjer uporabe simbola trigonometrijskih funkcija prilikom računanja konačnih formula za pravokutne koordinate perspektivnih projekcija:



Slika 9. Perspektivna vanjska projekcija [10]

$$Ot : KT = QO : QK \tag{17}$$

$$Ot = \frac{KT \cdot QO}{QK} \tag{18}$$

Kako je $Ot = d$, $KT = R \sin z$, $QO = L$, $QK = D + CK = D + R\cos z$, slijedi:

$$d = \frac{L \cdot R \sin z}{D + R \cos z} \tag{19}$$

Iz pravokutnog trokuta *Ott'* dobiva se:

$$x = d \cdot \cos \alpha \tag{20}$$

$$y = d \cdot \sin \alpha \tag{21}$$

Ako se u ove jednadžbe uvrsti vrijednost za veličinu *d*, dobiva se:

$$x = \frac{L \cdot R \sin z \cos \alpha}{D + R \cos z} \tag{22}$$

$$y = \frac{L \cdot R \sin z \sin \alpha}{D + R \cos z} \tag{23}$$

Kako je:

$$\cos z = \sin \varphi o \cdot \sin \varphi + \cos \varphi o \cdot \cos \varphi \cdot \cos \Delta\lambda \tag{24}$$

$$\sin z \cdot \cos \alpha = \cos \varphi o \cdot \sin \varphi - \sin \varphi o \cdot \cos \varphi \cdot \cos \Delta\lambda \tag{25}$$

$$\sin z \cdot \sin\alpha = \cos\varphi \cdot \sin\Delta\lambda \tag{26}$$

slijedi da je konačna formula za pravokutne koordinate perspektivnih projekcija:

$$x = \frac{L \cdot R \cdot (\cos\varphi o \cdot \sin\varphi - \sin\varphi o \cdot \cos\varphi \cdot \cos\Delta\lambda)}{D + R \cdot (\sin\varphi o \cdot \sin\varphi + \cos\varphi o \cdot \cos\varphi \cdot \cos\Delta\lambda)} \tag{27}$$

$$y = \frac{L \cdot R \cdot \cos\varphi \cdot \sin\Delta\lambda}{D + R \cdot (\sin\varphi o \cdot \sin\varphi + \cos\varphi o \cdot \cos\varphi \cdot \cos\Delta\lambda)} \tag{28}$$

gdje je:

Q - točka iz koje se projicira

Zo - točka dodira na koju se projicira

O - projekcija točke Zo (središte projekcije i koordinantni početak)

φo - zemljopisna širina točke dodira Zo

T - promatrana točka na površini zemlje

T` - projekcija točke T na ravnini

φt - zemljopisna širina točke T

$\Delta\lambda$ - kut u polu između meridijana točke Zo i T

z - zenitna udaljenost (ortodromska udaljenost točke T od točke Zo)

α - kut sfernog trokuta u točki Zo

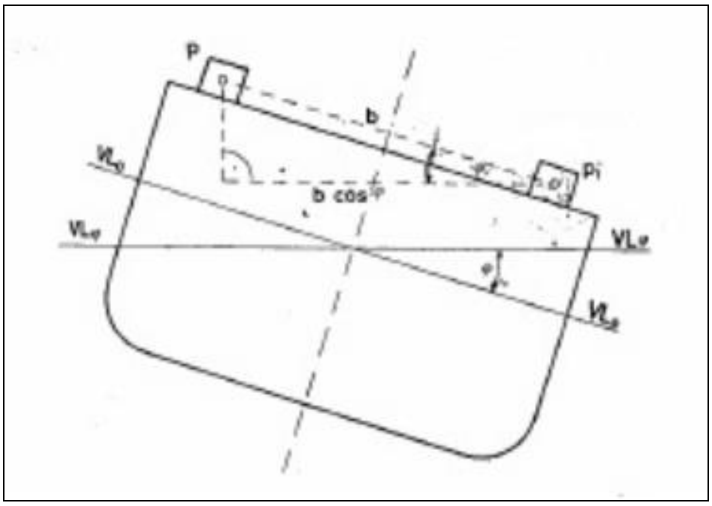
D - udaljenost točke promatranja Q od centra zemlje C

L - udaljenost projekcije ravnine od točke Q

Osim gore prikazane Perspektivne vanjske projekcije, na trigonometriji se temelje i gnomonske (ekvatorska, polarna, horizontska) stereografske (polarna, ekvatorska, horizontska) i konusne projekcije [10].

5.2.2. Trigonometrija pri računanju stabiliteta – račun nagiba

Račun nagiba je bitan pokus koji se koristi za računanje metacentarske visine prilikom računanja stabiliteta broda. Pri projektiranju broda nastoji se izračunati metacentarska visina ali to nije lako postići te se izračuni prilikom projektiranja broda mogu razlikovati od stvarnih. Zbog toga se nakon završetka gradnje broda obavi pokus nagiba broda tj. premještanje tereta mase *p* na udaljenost *b* u smjeru širine broda. Tako obavljeni proračun služi kao kontrola prijašnjih teoretskih izračuna.



Slika 10. Pokus nagiba broda [5]

$$\overline{M_0G_0} = \frac{p \cdot b \cdot \cos\varphi}{D \cdot \sin\varphi} = \frac{p \cdot b \cdot \cot\varphi}{D} = \frac{p \cdot b}{D \cdot \tan\varphi} \qquad (29)$$

gdje je:

$\overline{M_0G_0}$ - Metacentarska visina

p - masa tereta

b - smjer pomaka tereta

D - deplasman broda

Pokus nagiba redovito se obavlja kad se grade putnički brodovi i novi tipovi teretnih brodova. U ratnoj je mornarici pravilo da se pokus nagiba obavlja na svakom brodu odmah nakon porinuća, te se ponavlja nakon sto se brod potpuno opremi. Tu izmjerena metacentarska visina unosi se u brodsku dokumentaciju [5].

5.3. RIMSKI BROJEVI

Rimski brojevi u pomorstvu su puno rjeđa pojava od grčkog alfabeta ili simbola za trigonometrijske funkcije ali se ipak mogu susresti. Najčešće označavaju mjesece u godini u tablicama za terestričku i astronomsku navigaciju, ili kvadrante koordinatnog sustava.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'	'
Od 1. do 15.	+0.3	+0.2	+0.1	0.0	−0.1	−0.2	−0.2	−0.2	−0.1	+0.1	+0.2	+0.3
od 16. do zadnjeg	+0.3	+0.2	+0.1	−0.1	−0.2	−0.2	−0.2	−0.2	0.0	+0.1	+0.2	+0.3
$\overline{\odot}$	Za *gornji rub Sunca* korektura = vrijednost tablice *manje* dvostruki radijus (2r)											

Horizontska paralaksa	$V < 10^{\circ}$	$10^{\circ} < V < 65^{\circ}$	$V > 65^{\circ}$
8.8"	+0.2'	+0.1'	0.0'

Slika 11. Treći popravak visine sunca [7]

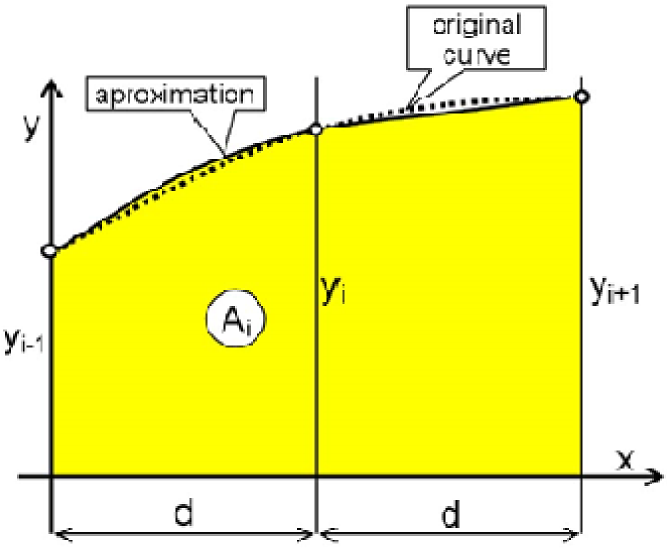
U imperijalnom sustavu jedinica gaz broda se označava u stopama. Stope se nekad bilježe rimskim brojkama, tako da su na nekim brodovima zagaznice (oznake gaza) obilježene rimskim brojevima. Praksa označavanja zagaznica rimskim brojkama nije česta.

Slika 12. Zagaznice broda [13]

5.4. INTEGRALI

Simboli za integriranje rijetko se mogu vidjeti na brodu. Budući da su integrali kompleksni i nekada zahtijevaju puno vremena, prilikom navigacije i rada sa teretom koriste se neke druge tehnike koje su jednostavnije i brže. Međutim prilikom izrade broda i sustava bitnih za brod inženjerima su neophodni za razne izračune.

U brodogradnji su bitna i jako često se koriste Simpsonova pravila. Uz pomoć njih mogu se računati površine vode linije, površine rebara, visina težišta istisnine. U praksi najčešće se koristi prvo Simpsonovo pravilo [20].



Slika 13. Prvo Simpsonovo pravilo [20]

Površina i-tog segmenta između ordinata *i* - 1 i *i* + 1 može se odrediti kao:

$$A_i = \int_o^{2d} y \cdot dx = \int_o^{2d} (a + bx + cx^2) \cdot dx = a \cdot 2d + b \cdot \frac{(2d)^2}{2} + c \cdot \frac{(2d)^3}{3} \tag{30}$$

$$A_i = 2 \cdot d \cdot a + 2 \cdot d^2 \cdot b + \frac{8}{3} \cdot d^3 \cdot c \tag{31}$$

Rješavanjem rubnih uvjeta prolaska kroz 3 točke mogu se odrediti koeficijenti u jednadžbi:

$$a = y_{i-1} \tag{32}$$

$$b = \frac{-3y_{i-1} + 4y_i + y_{i+1}}{2d^2} \tag{33}$$

$$c = \frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{2d^2} \tag{34}$$

Uvrštavanjem u jednadžbu za površinu dobiva se:

$$A_i = d\left(2y_{i-1} - 3y_{i-1} + 4y_i - y_{i+1} + \frac{4}{3}y_{i-1} - \frac{8}{3}y_i + \frac{4}{3}y_{i+1}\right) \tag{35}$$

$$A_i = \frac{d}{3}(y_{i-1} + 4y_i + y_{i+1}) \tag{36}$$

Sumiranjem površina segmenta dobiva se:

$$A = \frac{d}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + ... + 2y_{n-2} + 4y_{n-1} + y_n) \quad (37)$$

gdje je:

n - neparni broj ordinata

d - razmak ordinata

y - ordinate

Osim u brodogradnji, integrali se mogu naći u izračunima za hidrodinamiku broda, u meteorologiji, prilikom izračuna vezanih uz sudare brodova, utjecaj vibracija na brod, izračuni vezani uz porinuće broda, izradi različitih modela i simulacija vezanih za izdržljivost, snagu i upravljivost broda.

6. MATEMATIKA I MATEMATIČKI SIMBOLI U ASTRONOMSKOJ NAVIGACIJI

Astronomija je znanost koja proučava nebeska tijela te promatra njihov položaj, veličinu, masu, gibanje, fizikalna i kemijska svojstva. Astronomijom su se bavili stari Egipćani i Grci al pravi procvat događa se tek u 17.om stoljeću na temelju rada Keplera i Newtona. Astronomija i astronomski zakoni služe kao podloga astronomskoj navigaciji.

Astronomska navigacija je klasična grana navigacije kojoj je u cilju odrediti poziciju broda uz pomoć nebeskih tijela, sekstanta i kronometra. Neke od metoda koje se koriste su: visinska metoda, širinska (Bordina) metoda, duljinska (Johnsonova) metoda, metoda sekante (Sumnerova metoda) te izravna (Dozijerova) metoda. Osim tih metoda astronomska navigacija omogućuje kontrolu devijacije te određivanje zemljopisne širine uz pomoć zvijezde Polare.

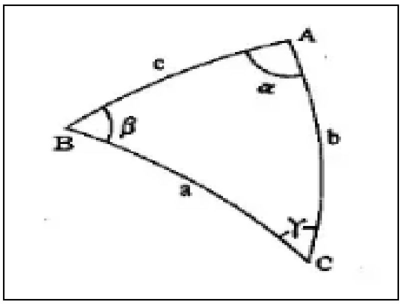
6.1. SFERNA TRIGONOMETRIJA I PRVI ASTRONOMSKI SFERNI TROKUT

Sferna trigonometrija je grana geometrije koja istražuje odnose i veze stranica i kutova sfernoga trokuta. Sferni trokut je lik na sferi omeđen sa tri točke koje leže na istoj glavnoj kružnici – kružnici kojoj ravnina prolazi kroz srediste sfere. Postoje pravokutni sferni trokut (jedan kut = 90°), kvadratni (jedna stranica = 90°) i kosokutni koji ima tri različite sferne dužine te su mu stranice i kutovi uvijek manji od 180° [9].

Za kosokutni vrijedi:

$$a + b + c < 360^\circ \tag{38}$$

$$180^\circ < \alpha + \beta + \gamma < 540^\circ \tag{39}$$



Slika 14. Kosokutni sferni trokut [9]

Za rješavanje problema vezanih uz sferne trokute koriste se poučci o sinusima, poučak o kosinusima za kutove, poučak o kosinusima za stranice, kotangensove formule, Napierove jednadžbe, tangensov i kotangensov poučak.

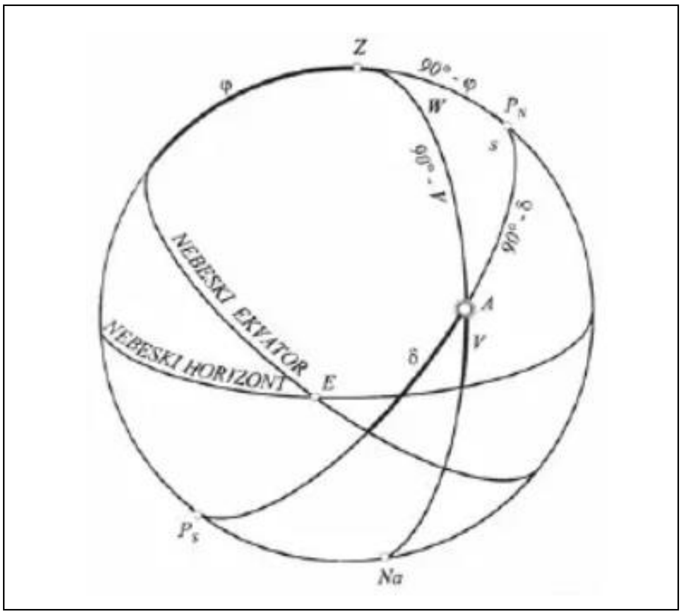
Poučak o kosinusima za stranice:

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha \tag{40}$$

$$\cos b = \cos a \cdot \cos c + \sin a \cdot \sin c \cdot \cos \beta \tag{41}$$

$$\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos \gamma \tag{42}$$

Prvi astronomski sferni trokut nastaje kombinacijom horizontskog i mjesno-ekvatorskog koordinatnog sustava. Primjenom kosinusovog poučka o stranicama (formula 40) uz poznatu zemljopisnu širinu opažača (φ) deklinaciju (δ) i satni kut (s) računa se visina (V) i azimut (ω) nebeskog tijela ili obrnuto računanje deklinacije i satnog kuta kada je poznata visina i azimut nebeskog tijela te širina opažača [9].



Slika 15. Prvi astronomski sferni trokut [9]

Određivanje visine i azimuta nebeskog tijela ako su nam poznati φ, δ, s:

$$\cos(90^\circ - V) = \cos(90^\circ - \varphi) \cdot \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \sin(90^\circ - \delta) \cdot \cos s \tag{43}$$

$$\sin V = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos s \tag{44}$$

$$\cos(90^\circ - \delta) = \cos(90^\circ - \varphi) \cdot \cos(90^\circ - V) + \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \sin(90^\circ - V) \cdot \cos \omega \tag{45}$$

$$\sin \delta = \sin \varphi \cdot \sin V + \cos \varphi \cdot \cos V \cdot \cos \omega \tag{46}$$

$$\cos\omega = \frac{\sin\delta - \sin\varphi \cdot \sin V}{\cos\varphi \cdot \cos V} \tag{47}$$

Ako je $s > 180°$ azimut ostaje isti tj. $\omega_p = \omega$, a ako je $s < 180°$ azimut iznosi $\omega_p = 360° - \omega$.

Određivanje deklinacije i satnog kuta nebeskog tijela uz poznatu V i ω:

$$\sin\delta = \sin\varphi \cdot \sin V_p + \cos\varphi \cdot \cos V_p \cdot \cos\omega_p \tag{48}$$

$$\cos s = \frac{\sin V_p - \sin\varphi \cdot \sin\delta}{\cos\varphi \cdot \cos\delta} \tag{49}$$

Ako je $\omega > 180°$ satni kut ostaje isti tj. $S_p = s$, a ako je $\omega < 180°$, kut iznosi $S_p = 360° - s$.

gdje je:

δ - deklinacija (luk satne kružnice od nebeskog ekvatora do središta nebeskog tijela)

φ - zemljopisna širina opažača

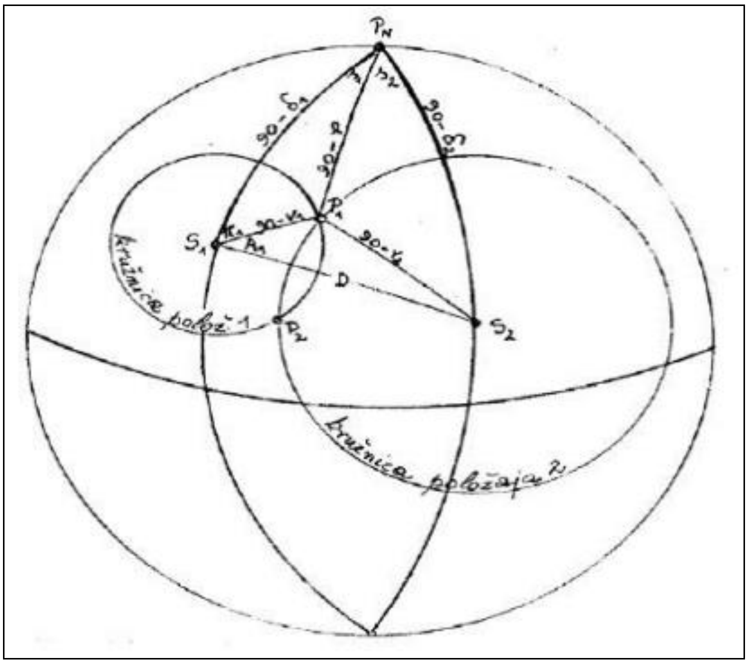
V - visina (luk vertikalne kružnice od nebeskog horizonta do središta nebeskog tijela)

ω - azimut (luk horizonta od sjeverne ili južne točke do vertikalne kružnice)

s - satni kut (luk nebeskog ekvatora od gornjeg meridijana do satne kružnice)

6.2. DOZIEROVA METODA

Do pozicije u ovoj metodi se dolazi tako da se ucrtaju dvije kružnice položaja, te jedno od ta dva sjecišta mora biti pozicija broda. Zadatak bi bilo jednostavan za riješiti kad bi se kružnice mogle nacrtati na zemaljski globus, ali to nije praktično jer da bi se 1M prikazala duljinom od 1 mm globus bi imao promjer od oko 7 m. Charles T. Dozier 1949.godine dolazi do matematičkog rješenja za ovaj problem te bez grafičkog prikaza dolazi do pozicije [9].



Slika 16. Dozierova metoda [9]

Iz slike 16. može se zaključiti da točka S_1 označava terestričku projekciju prvog nebeskog tijela, a točka S_2 odnosi se na terestričku projekciju drugog nebeskog tijela.

$$S_{\gamma} + \lambda + (360^{\circ} - \alpha_1) - S_{\gamma} - \lambda - (360^{\circ} - \alpha_2) = (360^{\circ} - \alpha_1) - (360^{\circ} - \alpha_2)$$

$$\Delta S = S_1 - S_2 \tag{50}$$

Iz sfernog trokuta $P_n S_1 S_2$ dobiva se:

$$\cos D = \sin \delta_1 \cdot \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cdot \cos \delta_2 \cos \Delta S \tag{51}$$

$$\cos(\pi + A_1) = \frac{\sin \delta_2 - \sin \delta_1 \cos D}{\cos \delta_1 \sin D} \tag{52}$$

Iz trokuta sfernog trokuta $S_1 P_1 S_2$ slijedi:

$$\cos A_1 = \frac{\sin V_2 - \sin V_1 \cos D}{\cos V_1 \sin D} \tag{53}$$

$$\pi_1 = (\pi_1 + A_1) - A_1 \tag{54}$$

Iz trokuta $P_n P_1 S_1$ slijedi:

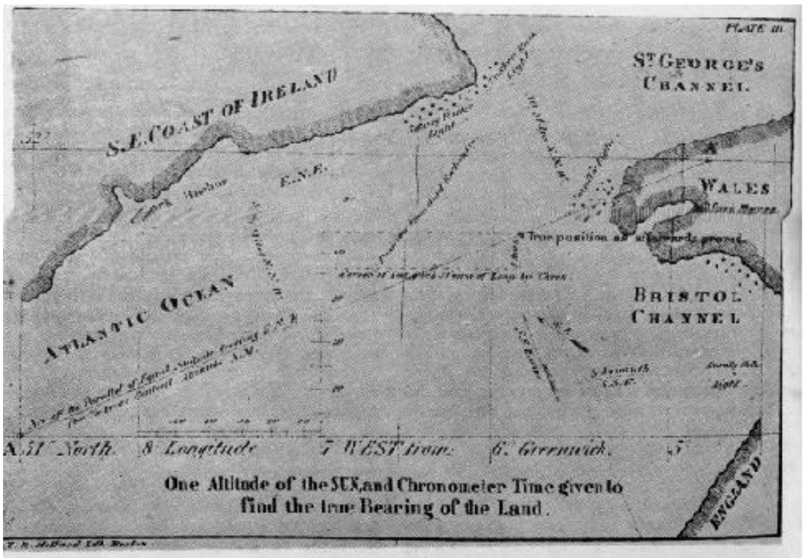
$$\sin \varphi = \sin \delta_1 \cdot \sin V_1 + \cos \delta_1 \cdot \cos V_1 \cdot \cos \pi_1 \tag{55}$$

$$\cos s_1 = \frac{\sin V_1 - \sin \delta_1 \sin \varphi}{\cos \delta_1 \cos \varphi} \tag{56}$$

$$\lambda = S_1 - s_1 \tag{57}$$

6.3. SUMNEROVA METODA

Ovu metodu slučajno je otkrio Kapetan Thomas Sumner na putovanju iz Charlestona u Greenock računajući tri točke na pravcu pozicije u prosincu 1837. Geometrijski gledano pravac (stajnica) je određen sa dvije točke ili jednom točkom i smjerom. Pravac koji spaja dvije točke na kružnici zove se sekanta, pa se zato Sumnerova metoda naziva još i metodom sekante. Ovo otkriće Sumner nije odmah objavio već je u navigacijskoj praksi nastavio testirati metodu te 1843. izdaje knjigu "A new and Accurate Method of Finding ship's Position at Sea by Projection on Mercator's Chart" u kojoj opisuje metodu. Otkrićem i objavom Sumnerove linije nastaje doba "Nove astronomske navigacije" te se metoda pokušava dodatno poboljšati. Poboljšanje je postignuto kad se saznalo da nije potrebno računati liniju kao sekantu kružnice položaja već je dovoljno izračunati jednu točku i azimut nebeskog tijela, jer je Sumnerova linija okomita na smjer azimuta u izračunatoj točki [9], [15].



Slika 17. Sumnerova metoda [15]

Točke na kružnici položaja računaju se:

$$\lambda = s - S \tag{58}$$

$$\sin^2 \frac{s}{2} = \cos\varepsilon \cdot \sin(\varepsilon - V) \cdot \sec\varphi \cdot \cos\sec p \tag{59}$$

$$\varepsilon = \frac{\varphi + p + V}{2} \tag{60}$$

gdje je:

λ - zemljopisna dužina

φ - zemljopisna širina

S - grinički satni kut nebeskog tijela

s - mjesni satni kut nebeskog tijela

p - polarna udaljenost (90° - δ)

6.4. ŠIRINSKA ILI BORDINA METODA

Određujuća točka u ovoj metodi je zemljopisna širina. Zemljopisna dužina se procjenjuje, a širina računa za tu procijenjenu dužinu kao i pripadajući azimut. Pravac položaja (stajnica) prolazi kroz dobivenu točku i okomit je na azimut. Ova metoda najbolje rezultate daje u blizini meridijana a najlošije blizu prve vertikale [9].

$$\cos(\varphi - x) = \frac{\sin Vp \cdot \sin x}{\sin\delta} \tag{61}$$

$$\cos\omega = \frac{\sin\delta - \sin\varphi \cdot \sin Vp}{\cos\varphi \cdot \cos Vp} \tag{62}$$

$$\tan x = \frac{\tan\delta}{\cos s} \tag{63}$$

6.5. DULJINSKA ILI JOHNSONOVA METODA

Suprotno od širinske metode, određujuća točka duljinske metode je zemljopisna dužina, odnosno zemljopisna širina se procjenjuje a duljina računa za tu procijenjenu širinu kao i pripadajući azimut na koji je pravac položaja (stajnica) okomit. Za razliku od širinske metode, ova metoda najbolje rezultate daje u blizini prve vertikale, a najlošije u blizini meridijana [9].

$$\cos s = \frac{\sin Vp - \sin\varphi \cdot \sin\delta}{\cos\varphi \cdot \cos\delta} \tag{64}$$

$$\cos\omega = \frac{\sin\delta - \sin\varphi \cdot \sin Vp}{\cos\varphi \cdot \cos Vp} \tag{65}$$

$$\lambda = s - S \tag{66}$$

6.5.1. Uporaba duljinske metoda pri određivanju položaja broda

PRIMJER:

Potrebno je odrediti astronomsku stajnicu ako se dana 07.veljače 2007. Sa pretpostavljene zemljopisne širine φ = 40°52,3´S snimi zvijezda Miaplacidus V_i = 44°55,9´ u T_k = $22^h00^m07^s$. Stanje kronometra iznosi S_t = + 1^m00^s, pogreška indeksa K_i = -1,2´, a visina oka opažača je V_{oka} = 28 m.

MIAPLACIDUS:

$$T_k = 22^h 00^m 07^s \tag{67}$$

$$+ S_t = 01^m 00^s \tag{68}$$

$$UT = 22^h 01^m 07^s \tag{69}$$

$$V_i = 44^\circ 55{,}9' \tag{70}$$

$$+ K_i = -1{,}2' \tag{71}$$

$$+ pop = -10{,}3' \tag{72}$$

$$V_p = 44^\circ 44{,}4' \tag{73}$$

$$S\gamma_{22H} = 108^\circ 05{,}5' \tag{74}$$

$$pop_{01M\,07S} = +0^\circ 16{,}8' \tag{75}$$

$$S\gamma = 108^\circ 21{,}8' \tag{76}$$

$$+(360^\circ - \alpha) = 221^\circ 40{,}9' \qquad \delta = 69^\circ 43{,}3' S \tag{77}$$

$$S = 330^{\circ}02{,}7'W \tag{78}$$

Prvo se računa mjesni satni kut za pretpostavljenu zemljopisnu širinu:

$$\cos s = \frac{\sin V_p - \sin\varphi \cdot \sin\delta}{\cos\varphi \cdot \cos\delta} \tag{79}$$

$$\cos s = 0{,}343721752 \tag{80}$$

$$s = 69^{\circ}53{,}8'E \quad s = 290^{\circ}06{,}2'W \tag{81}$$

U pretposljednjem koraku računa se zemljopisna dužina:

$$\lambda = s - S \tag{82}$$

$$\lambda = 290^{\circ}06{,}2' - 330^{\circ}02{,}7 \tag{83}$$

$$\lambda = 039^{\circ}56{,}5'W \tag{84}$$

U posljednjem koraku računa se azimut:

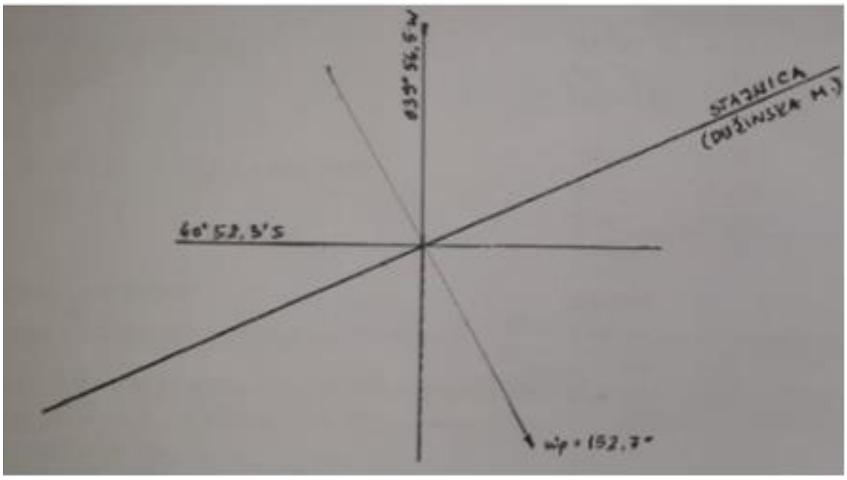
$$\cos\omega_r = \frac{\sin\delta - \sin\varphi \cdot \sin Vp}{\cos\varphi \cdot \cos Vp} \tag{85}$$

$$\cos\omega_r = -0{,}888848337 \tag{86}$$

$$\omega_r = \omega_p = 152{,}7^{\circ} \tag{87}$$

Konačni elementi za crtanje astronomske stajnice su:

$$P\begin{cases}\varphi = 40°52{,}3'S \\ \lambda = 040°04{,}3'W\end{cases} \quad \omega_p = 152{,}7^{\circ} \tag{88}$$



Slika 18. Astronomska stajnica dobivena duljinskom metodom [9]

7. ZAKLJUČAK

Matematika i pomorstvo usko su vezani kroz čitavu povijest. Razvoj matematike kao znanosti direktno pomaže razvitku pomorstva. Današnji brodovi su veći, okretniji, brži, jednom riječju bolji nego ikad zahvaljujući matematici i znanostima kojima je matematika baza.

Cilj ovog rada bio je prikazati povijest matematike, pomorstva i simbola te prikazati neke od brojnih matematičkih simbola koji se koriste u pomorstvu. Budući da matematika zadire u gotovo sve sfere pomorstva, matematički simboli vrlo su česti. Mogu se susresti u izračunima bitnim za navigaciju, stabilitet, propulziju, ekonomičnost, manevriranje sigurnost i brojnim drugim izračunima bitnim za brod. Pomorci na brodu najčešće se susreću sa simbolima iz grčkog alfabeta i simbolima trigonometrijskih funkcija jer su oni dovoljni pri izračunima bitnim za navigaciju I stabilitet broda. Simboli za integriranje također su bitni za pomorstvo. Sa njima rade stručnjaci na kopnu te uz pomoć njih prave razne izračune i modele kojima je u cilju poboljšati karakteristike broda i sigurnost plovidbe te podignuti pomorstvo na neku novu razinu. Rimski brojevi su rijetki, ali ipak se mogu susresti u nautičkim tablicama ili kao oznake za zagaznice broda.

U zadnjem dijelu rada prikazana je matematika bitna za astronomsku navigaciju, i simboli koji ju prate. Opisane su neke od metoda dobivanja pozicije kao što su duljinska, širinska, Dozierova te Sumnerova metoda. Budući da je astronomska navigacija usko vezana uz sferne trokute, svaka od gore navedenih metoda u sebi sadrži simbole za trigonometrijske funkcije. Uz trigonometrijske simbole, astronomska navigacija puna je simbola grčkog alfabeta koji označuju zemljopisnu širinu, dužinu, deklinaciju azimut te mnoge druge pojmove.

Nakon pisanja rada da se zaključiti da bi razvoj pomorstva bio nemoguć bez uporabe matematike i matematičkih simbola koji ju prate.

LITERATURA

[1] Balić-Šimrak, A.; Markulin, V.; Perus, M.: *Komunikacija putem slikovnih simbola i njena pojavnost u dječjim radovima*, 2011. https://bib.irb.hr/datoteka/590217.KOmunikacija_putem_slikovnih_simbola_i_njena_pojavnost_u_djejim_likovnim_radovima.pdf, (pristupljeno 22.05.2020.)

[2] Banks, E. J.: *The Seven Wonders of the Ancient World*, G. P. Putanam's Sons, New York, 1916. https://archive.org/details/sevenwondersofan00bank/mode/2up, (pristupljeno 22.05.2020.)

[3] Bednarik, G. R.: *Primeval art: rock painting and engraving*, The UNESCO Courier, 1998. str. 4-5. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000111392, (pristupljeno 22.05.2020.)

[4] Bilić, M.: *Komunikacije u GMDSS*, priručnik, Split, 1995.

[5] Buljan, I.: *Stabilnost broda*, Školska knjiga, Zagreb, 1982.

[6] Gelo, B.: *Opća I prometna meteorologija*, Školska knjiga, Zagreb, 1994.

[7] Hrvatski hidrografski institut, *Nautičke tablice*, Split, 2007.

[8] Ivče, R.; Jugović, A.; Kos, S.: *Određivanje troškova broda u plovidbi poradi uspješnosti izvođenja optimizacije brodskog kapaciteta*, Naše more, 2009. str 10-15 https://hrcak.srce.hr/file/60640, (pristupljeno 01.06.2020.)

[9] Lušić, Z.; Baljak, K.: *Astronomska navigacija*, Pomorski fakultet u Splitu, Split, 2007.

[10] Lušić, Z.: *Terestička navigacija*, skripta, Pomorski fakultet u Splitu, Split, 2006.

[11] Merzbach, C. U.; Boyer, B. C.: *A History of Mathematics, 3rd ed*, John Wiley & Sons Inc, 2011. https://atiekubaidillah.files.wordpress.com/2013/03/a-history-of-mathematics-3rded.pdf, (pristupljeno 22.05.2020.)

[12] Radan, D.: *Uvod u hidrodinamiku broda*, Sveučilište u Dubrovniku, Dubrovnik, 2004.

[13] https://c7.alamy.com/comp/F3T15N/ajaxnetphoto-4th-june-2015-portsmouth-england-hms-warrior-1860-roman-F3T15N.jpg, (pristupljeno 01.06.2020.)

[14] http://e.math.hr/old/egipat/index.html, (pristupljeno 22.05.2020.)

[15] https://hrcak.srce.hr/file/308131, (pristupljeno 01.06.2020.)

[16] https://image2.ajcontent.com/Archive/ASE/ProductArchive/306290/306290_1_0.jpg, (pristupljeno 22.05.2020.)

[17] http://www.iro.umontreal.ca/~vaucher/History/Prehistoric_Craft/, (pristupljeno 22.05.2020.)

[18] http://www.math.wichita.edu/history/topics/num-sys.html#egypt, (pristupljeno 22.05.2020.)

[19] https://www.pearsonhighered.com/assets/samplechapter/0/2/0/5/0205744222.pdf, (pristupljeno 01.06.2020.)

[20] http://www.pfst.unist.hr/hr/sadasnji-studenti/nastava/nastavni-materijali?format=raw&task=download&fid=4465, (pristupljeno 01.06.2020.)

[21] http://www.unizd.hr/portals/1/nastmat/elektronicka/predavanje_3.pdf, (pristupljeno 01.06.2020.)

[22] http://www.unizd.hr/Portals/1/nastmat/pomgeograf/Razvoj%20pomorstva.pdf, (pristupljeno 01.06.2020.)

[23] http://www.unizd.hr/portals/1/nastmat/terestrika/aa_terestrika1.pdf, (pristupljeno 01.06.2020.)

POPIS SLIKA